ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 FÉVRIER 1947.

PRÉSIDENCE DE M. Louis BLARINGHEM.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MICROBIOLOGIE. — *Sur une méthode d'évaluation des propriétés antidotiques des filtrats de culture de germes antagonistes* (Penicillium notatum, Actinomyces griseus, B. Subtilis, *etc.*). Note [1] de MM. **Gaston Ramon** et **Rémy Richou.**

Au cours de recherches exposées ici même, dans des Notes antérieures, nous avons mis en évidence dans les filtrats de culture de *Penicillium notatum* [2], d'*Actinomyces griseus* [3], de *B. Subtilis* [4], des propriétés que nous avons dénommées *antidotiques*, c'est-à-dire des propriétés qui permettent aux filtrats en question d'annihiler, dans les conditions que nous avons indiquées, la toxicité des poisons microbiens tels que les toxines staphylococcique, diphtérique, tétanique etc.

Pour les besoins de recherches que nous poursuivons [5] et afin de pouvoir comparer entre eux, dans leurs propriétés antidotiques, les filtrats (ou leurs extraits) d'un même germe ou de germes différents, nous nous sommes proposé d'établir une méthode d'évaluation de ces propriétés.

Nous avions le choix comme toxine d'épreuve, pour apprécier les effets du pouvoir antidotique, entre divers poisons microbiens. Nous nous sommes adressés de préférence à la toxine staphylococcique car, ainsi que nous l'avons indiqué en relatant nos premières tentatives dans cette direction [6], elle a l'avantage, en ces temps de difficultés matérielles et de disette d'animaux d'expériences, de permettre des épreuves *in vitro* commodes et économiques.

La méthode consiste, dans ses grandes lignes, à rechercher quel est le plus

---

(1) Séance du 17 février 1947.

(2) G. Ramon, R. Richou et J. Ramon, *Comptes rendus*, **222**, 1946 pp. 621 et 772.

(3) G. Ramon, C. Levaditi, R. Richou et Mlle J. Henry, *Comptes rendus*, **224**, 1947 p. 82.

(4) G. Ramon et R. Richou, *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 543 et 801; **221**, 1945, pp. 213 et 271.

(5) En particulier celles que nous effectuons présentement en collaboration avec M. Robert Debré et qui ont trait à l'action des principes antidotiques sur les poisons du bacille de Koch (tuberculine etc.).

(6) Voir, par exemple, *Revue d'Immunologie*, **9**, 1944-1945, p. 204.

petit volume du filtrat, dont on désire connaître le titre antidotique, qui amène en 6 heures à l'étuve à 37° la destruction totale d'une quantité de toxine staphylococcique correspondant à 100 doses hémolytiques, les globules rouges de Lapin fraîchement recueillis servant d'indicateurs de cette destruction.

Après plusieurs essais dont les détails seront donnés dans un autre Recueil, nous avons mis au point la technique ci-après.

On prépare une série de tubes renfermant 1^{cm^3} d'une dilution de toxine staphylococcique représentant 100 doses minima hémolytiques. On ajoute dans le premier tube, 1^{cm^3} du filtrat pur, dont on veut mesurer le pouvoir antidotique, et, dans les tubes suivants, 1^{cm^3} de ce filtrat préalablement dilué au 1/3, au 1/10, au 1/20, au 1/30, au 1/40, au 1/50, etc. On agite soigneusement pour bien mélanger, et l'on porte les mélanges à l'étuve à 37° durant 6 heures. Après ce laps de temps, on laisse tomber dans chaque tube une goutte de suspension de globules rouges de Lapin diluée au 1/3 et l'on porte à nouveau à l'étuve à 37°. L'absence, au bout d'une heure, d'hémolyse dans certains des tubes indique que les 100 doses hémolytiques que renfermait le centimètre cube de dilution de toxine staphylococcique ont été annihilées dans leur activité hémolytique par le filtrat contenu dans le mélange.

Dans ces conditions et conventionnellement, l'*unité antidotique* est la quantité d'antidote capable d'anéantir dans leurs effets toxiques les 100 doses hémolytiques de poison staphylococcique. En fait, elle est représentée par le plus petit volume de filtrat qui détruit totalement, en 6 heures à 37°, ces 100 doses hémolytiques.

Nous avons rassemblé en un tableau, à titre d'exemple, quelques résultats obtenus dans l'évaluation du pouvoir antidotique de filtrats de culture de *Penicillium notatum*, d'*Actinomyces griseus* et de *B. subtilis*, en utilisant une toxine staphylococcique (n° 20) dont 1/10 de centimètre cube contient 100 doses hémolytiques ([7]).

	Quantités de filtrat (en cm³) ajoutées à 1cm³ d'une dilution de toxine staphylococcique renfermant 100 doses hémolytiques.										Valeur en unités anti-dotiques.
Filtrats.	1.	1/3.	1/10.	1/20.	1/30.	1/40.	1/50.	1/60.	1/70.	1/80.	1/100.	
Penicillium, n° 15...	—	—	—	—	—	+	++	++	++	++	++	30
» n° 16...	—	—	—	—	—	—	—	++	++	++	++	50
Actinomyces griseus,												
n° 4..............	—	—	—	—	+	++	++	++	++	++	++	20
n° 5..............	—	—	—	—	+	++	++	++	++	++	++	20
Subtilis, n° 31.......	—	—	—	+	++	++	++	++	++	++	++	10
» n° 32.......	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	++	0

Signes : — pas d'hémolyse, destruction totale; + hémolyse partielle, destruction incomplète; ++ hémolyse totale, toxine non détruite.

([7]) Avec une toxine (n° 21) plus active, puisque 1/25 de centimètre cube correspondait à 100 doses minima hémolytiques, les résultats ont été de même ordre.

Ainsi le filtrat de *Penicillium* n° 16 ([8]), dont 1/50 de centimètre cube détruit totalement 100 doses hémolytiques de toxine staphylococcique, a une valeur de 50 unités antidotiques. De même, le filtrat d'*Actinomyces griseus* n° 4 titre 20 unités et celui de *B. Subtilis* n° 31, 10 unités. Le filtrat de *Subtilis* n° 32 est sans valeur antidotique notable.

D'après nos premières constatations, la valeur antidotique n'est pas directement proportionnelle au titre antibiotique du même filtrat. Cependant en général, les filtrats riches en principe antibiotique renferment un nombre d'unités antidotiques relativement élevé. D'un autre côté, il apparaît que les filtrats les plus actifs à l'égard de la toxine staphylococcique sont également doués d'une grande activité vis-à-vis des autres toxines, de la toxine diphtérique par exemple. Nous aidant de notre méthode, nous poursuivons l'étude de ces questions et de divers autres problèmes.

Telle est, avec les premiers renseignements qu'elle nous a apportés, la méthode que nous proposons pour la recherche et l'évaluation des propriétés antidotiques.

A ce propos et d'après l'ensemble de nos propres essais et de leurs résultats à ce jour, il semble bien que la plupart des germes microbiens, sinon tous, qui fournissent par leur végétation des substances en elles-mêmes strictement antibiotiques comme la pénicilline, la streptomycine, la subtiline etc., sont également capables d'élaborer à l'égard des toxines microbiennes, des principes antidotiques tels que ceux que nous avons mis en évidence. La coexistence régulière dans les filtrats de microbes antagonistes des propriétés antibiotiques et antidotiques doit, une fois de plus, retenir l'attention, et ce n'est pas là le moindre intérêt ([9]) des recherches déjà entreprises et à poursuivre dans ce champ particulier de l'immense domaine de l'antagonisme microbien.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Rupert Wildt**, Astronome à l'Observatoire Mac Cormick, qui assiste à la séance.

M. **Louis de Broglie** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Atomes, molécules et lumière*, par Pascaline et Raymond Daudel, dont il a écrit la *Préface*.

M. **Jules Rouch** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *La Méditerranée*.

([8]) Que nous devons à l'obligeance de nos Collègues MM. H. Penau et H. Velu.

([9]) Intérêt souligné tout récemment encore dans *The Journal of the Amer. Medic. Association*, **133**, 1947, p. 33.

CORRESPONDANCE.

L'**Académie autrichienne des Sciences** invite l'Académie à se faire représenter aux Cérémonies qui auront lieu à Vienne, du 11 au 16 mai 1947, à l'occasion du centième anniversaire de sa fondation.

MM. **I. M. Vinogradov**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, **Walter Davis Lambert**, élu Correspondant pour la Section de Géographie et Navigation, et **David Keilin**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adressent leurs remercîments à l'Académie.

M. **René Bourret** adresse des remercîments à l'Académie pour la distinction accordée à ses travaux.

M. **K. Sinelnikov**, Directeur de l'**Institut physico-technique de l'Académie des Sciences de l'Ukraine**, adresse les condoléances de cet Institut à l'occasion de la mort de M. *Paul Langevin*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

N. B. Medvedeva. *Endocrinologie expérimentale* (en langue russe).

ALGÈBRE. — *Remarques sur la notion de clivage dans les structures algébriques et son application aux treillis*. Note [1] de M. **Maurice Paul Schützenberger**, présentée par M. Gaston Julia.

On rappellera quelques résultats dont certains ont déjà été exposés dans une Note antérieure [2] que l'on complétera et systématisera à l'aide d'un lemme très simple de la théorie générale des relations d'équivalence dans les structures algébriques. Enfin on appliquera ces résultats au domaine particulier des treillis.

Lois universelles. — Étant donnée une structure algébrique S, on appellera loi universelle de S l'ensemble U, $U = \mathfrak{U}(S)$ des égalités entre polynomes généralisés identiquement vérifiées quand les variables prennent indépendamment toutes les valeurs possibles dans S. Réciproquement, on appellera *structure libre à k générateurs de* U la structure $S' = \mathcal{L}_k(U)$, isomorphe au quotient de la structure des polynomes à k variables par les relations de U. On appellera *noyau de* U, quand elle existe, la sous-structure S'' de $\mathcal{L}(U)$, $\mathcal{N}(U)$ invariante

(1) Séance du 20 janvier 1947.
(2) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 218.

par toutes les substitutions de polynomes à des variables qui laissent U invariant. Par définition, $\mathfrak{U}[\mathcal{N}(U)]=U$.

Parmi les lois universelles, on distinguera les *lois simples* définies par une égalité unique dans l'un des membres de laquelle chaque variable ne figure qu'une fois. Il est à remarquer que, lorsque toutes les opérations possèdent un inverse, toute loi universelle peut s'exprimer par la composition de lois simples. Il en est d'ailleurs de même pour les treillis.

Ordonnées par la relation $U_1 \supset U_2$ (U_1 plus fort que U_2, U_2 plus faible que U_1), les lois universelles forment un treillis *fermé* pour les deux opérations (.) et (+); si S_1 et S_2 satisfont à U, il en est de même du produit direct $S_1 \times S_2$ et réciproquement,

$$\mathfrak{U}(S_1)+\mathfrak{U}(S_2)=\mathfrak{U}[\mathcal{N}(S_1)\times\mathcal{N}(S_2)].$$

Lemme de clivage. — *Si dans une structure algébrique libre* S *les polynomes* π_i *constituent une sous-structure* S′, *on a nécessairement pour toute loi universelle* U *plus forte que* $\mathfrak{U}(S)$.

1° soit U plus faible que $\mathfrak{U}(S')$;

2° soit U plus fort que l'une des lois u_{ij} obtenues en posant $\pi_i=\pi_j$ pour toutes valeurs des variables.

Généralisant une notion de Whitman ([3]), on dira que le treillis des lois universelles plus fortes que $\mathfrak{U}(S)$ est *clivé* entre $\mathfrak{U}(S')$ et l'ensemble des u_{ij}.

En effet, si 1° n'était pas vérifié, il y aurait au moins deux être π_i et π_j égaux, d'où 2°, et d'autre part 1° et 2° ne peuvent être simultanément vrais car $u_{ij}.\mathfrak{U}(S')$ est différent de $\mathfrak{U}(S')$.

Donc $\mathfrak{U}(S')$ est un élément irréductible pour (+) du treillis des U plus forts que $\mathfrak{U}(S)$, et de même pour (.) l'élément le plus fort des u_{ij}, quand il existe. Par exemple, le treillis des lois universelles de la structure de groupe est clivé entre la loi $xy=yx$ et l'ensemble des lois $x_p=1$ (p premier), car le groupe formé des puissances d'un seul élément est abélien.

Applications à la structure algébrique de treillis commutatif. — On peut, ici, préciser encore la notion de clivage en faisant usage du théorème simple suivant :

Si, dans $\mathcal{L}(U)$ *le polynome* π_i *est irréductible, alors, pour toute loi universelle* U′ *plus faible que* U, *il existe un polynome* π'_i *irréductible dans* $\mathcal{L}(U')$ *et tel que* $\pi_i=\pi'_i$ *dans* $\mathcal{L}(U)$.

On peut alors énoncer :

$\mathcal{N}(U')$ peut être réalisé comme sous-structure dans toute $\mathcal{L}(U'+U'')$, s'il est réalisé *tautologiquement* dans $\mathcal{L}(U'.U'')$, donc nécessairement si U″ n'est pas plus faible que U′. Par conséquent, dans ces conditions [vérifiées notamment

---

([3]) *Splittings of a lattice* (*Am. J. of Math.*, 65, 1943, pp. 79-196).

quand $\mathfrak{N}(U')$ est engendré par des π_i tels que $\pi_i = \pi_j$ dans $\mathcal{L}(U'')$], le treillis des lois plus fortes que $U' + U''$ est clivé entre U' et l'ensemble des lois $\pi'_i = \pi'_j$.

En application on citera :

1° Le clivage entre la loi triviale $a = b$ et la loi distributive;

2° Le clivage dérivé du treillis de Birkhoff à 5 éléments non dédékindien A entre la loi de Dedekind et $\mathfrak{U}(A)$;

3° Les clivages dérivés des treillis duals de Löwig ([4]) B et $\bar{B}$ entre la loi $a(ab + bc + ca) = ab + ab$ et $\mathfrak{U}(B)$ et de manière duale;

4° Le clivage dérivé du treillis à 10 éléments engendré par a, b, et $a(b+c) + b(a+c)$ entre la loi $[a + b(a+c)][b + a(b+c)] = a(b+c) + b(a+c)$ (que le clivage même permet de montrer équivalente à sa forme duale) et $\mathfrak{U}(C)$;

5° Dans le treillis des lois universelles plus fortes que la loi de Dedekind, le clivage entre la loi distributive et la loi du treillis dédékindien non distributif à 5 éléments.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une généralisation d'un théorème de M. B. de Finetti et son application à la théorie collective du risque.* Note ([1]) de M. **J. Dubourdieu**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $X_1, X_2, \ldots, X_k, \ldots$ les gains respectifs d'un joueur A dans une suite de paris successifs $P_1, P_2, \ldots, P_k, \ldots$. Et soit K la fortune initiale de A. Nous désignerons par U_k la variable aléatoire égale au gain algébrique X_k de A dans la partie P_k, *si celle-ci est jouée* (ce qui suppose que A n'ait pas été ruiné par les parties antérieurement jouées), et qui est nulle dans le cas contraire. Et posant $S_n = K + U_1 + U_2 + \ldots + U_n$, nous désignerons par $F_n(x)$ la fonction des probabilités totales de S_n. Pour que A soit ruiné en au plus n parties, il faut et il suffit que S_n soit $\leqq 0$, et la probabilité de cette éventualité est $\Pi_n = \Pr\{S_n \leqq 0\} = F_n(+0)$. Soit d'autre part $R(x)$ une fonction croissante de x. On a

$$\mathfrak{M}\{e^{-R(S_n)}\} \geqq \int_{-\infty}^{0} e^{-R(x)}\, dF_n(x) \geqq e^{-R(0)} F_n(+0).$$

D'où l'inégalité

$$\Pi_n = F_n(+0) \leqq e^{R(0)} \mathfrak{M}\{e^{-R(S_n)}\}. \tag{1}$$

D'autre part, comme $S_n = S_{n-1} + U_n$, il vient

$$\mathfrak{M}\{e^{-R(S_n)}\} = \mathfrak{M}\{e^{-R(S_{n-1})} \mathfrak{M}_{S_{n-1}}[e^{R(S_{n-1}) - R(S_{n-1} + U_n)}]\}, \tag{2}$$

identité dans laquelle $\mathfrak{M}_{S_{n-1}}$ désigne la valeur probable liée à S_{n-1}.

Ceci dit, supposons que notre joueur ait la faculté de choisir chaque nouvelle

---

([4]) *Ann. of Math.*, 42, 1943, pp. 573-579.

([1]) Séance du 6 janvier 1947.

partie qu'il engage, et qu'il effectue ce choix de telle manière que, x désignant le montant de sa fortune au moment où il engage la $n^{\text{ième}}$ partie ($x = S_{n-1}$), son gain algébrique X_n dans cette $n^{\text{ième}}$ partie vérifie quel que soit n (et compte tenu éventuellement des résultats des parties antérieures, si les variables X_k ne sont pas indépendantes) la condition :

$$\mathfrak{M}\left\{ e^{R(x)-R(x+X_n)} \right\} = e^{R(x)}\,\mathfrak{M}\left\{ e^{-R(x+X_n)} \right\} = 1. \tag{3}$$

Il est clair que l'on a, alors, quel que soit n,

$$\mathfrak{M}_{S_{n-1}}\left\{ e^{R(S_{n-1})-R(S_{n-1}+U_n)} \right\} = 1. \tag{4}$$

Et des identités (2) et (4) on déduit

$$\mathfrak{M}\left\{ e^{-R(S_n)} \right\} = e^{-R(K)}.$$

Moyennant quoi l'inégalité (1) devient

$$\Pi_n \leqq e^{R(0)-R(K)}. \tag{5}$$

La probabilité Π_n étant nécessairement une fonction non décroissante de n, on en conclut que lorsque $n \to \infty$, Π_n tend vers une limite Π_∞ elle-même $\leqq e^{R(0)-R(K)}$ et l'on aboutit ainsi au théorème suivant :

Théorème. — *Soit* $R(x)$ *une fonction croissante de* x. *Si un joueur* A, *disposant initialement du capital* K, *joue une suite indéfinie de parties telles que son gain algébrique* X *dans chacune de ces parties successives, vérifie la condition*

$$\mathfrak{M}\left\{ e^{R(x)-R(x+X)} \right\} = 1,$$

où x *désigne le montant de la fortune de* A *au moment où il engage la partie en question, la probabilité que* A *finisse un jour ou l'autre par se ruiner est au plus égale à* $e^{R(0)-R(K)}$.

En faisant $R(x) = \tau x$, on retombe sur un théorème énoncé par M. B. de Finetti à propos de l'application du problème de la ruine des joueurs à la théorie du risque ([2]).

Le théorème permet de retrouver d'une manière très simple un résultat établi par M. I. Laurin dans son article ([3]) sur la théorie collective du risque et d'établir ainsi la liaison entre cette théorie et celle de M. B. de Finetti.

Pour que les paris comptabilisés au *fonds de risque* dans l'intervalle de temps $(u, u+du)$ vérifient les conditions du théorème I, il suffit en effet de choisir le taux η des chargements de sécurité de telle manière que, x désignant le montant du fonds de risque à l'instant u, et y le montant aléatoire des dépenses

---

([2]) *La teoria del rischio e il problema della rovina dei giocatori* (*Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari*, Anno X, nos 1, 2, 1939, Roma).

([3]) *An introduction into Lundberg's theory of risk.* (*Skandinavisk Aktuarietidskrift*, 1930, Häft nos 1, 2).

supportées par ledit fonds de risque dans l'intervalle $(u, u+du)$, on ait

$$\mathfrak{M}\{e^{R(x)-R(x+Y)}\}=1.$$

Et un calcul immédiat conduit pour η à la formule de J. Laurin

$$1+\eta=\frac{1}{R'(x)}\left\{\int_0^\infty e^{R(x)-R(x+y)}\,dF(y)-1\right\}.$$

L'avantage de cette démonstration est de montrer que cette dernière formule reste valable si $F(y)$ (c'est-à-dire la structure du portefeuille) se modifie avec le temps.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur des suites arithmétiques équiréparties.* Note de Mlle **Jacqueline Ferrand** et M. **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

L'objet de cette Note est de compléter et d'étendre les résultats déjà obtenus, relativement aux mêmes problèmes, par divers auteurs [1].

Soit une suite indéfinie de nombres positifs croissants $n_1, n_2, \ldots, n_j, \ldots,$ non nécessairement entiers, mais tels que le rapport n_{j+1}/n_j reste quel que soit j supérieur à un nombre fixe $\rho>1$.

Soit X une variable aléatoire de loi uniforme sur l'intervalle $(0, 2\pi)$.

I. Si l'on pose

$$W_r=\frac{1}{\sqrt{r}}\sum_{j=1}^{r}e^{in_jX},$$

et si U_r et V_r désignent les parties réelle et imaginaire de la variable aléatoire complexe W_r, la loi de probabilité à deux dimensions du couple (U_r, V_r) tend, lorsque r tend vers $+\infty$, vers la loi de Laplace à deux dimensions de densité

$$(1)\qquad \frac{1}{\pi}e^{-(u^2+v^2)} \quad [2].$$

Soit $c_1, c_2, \ldots, c_j, \ldots$ une suite indéfinie de nombres complexes quelconques; si l'on pose

$$a_r^2=\sum_{j=1}^{r}|c_j|^2,\qquad R_r=\frac{1}{a_r}\sum_{j=1}^{r}c_j e^{in_jX}$$

et si P_r et Q_r désignent les parties réelle et imaginaire de R_r, la loi de

---

(1) Cf. en particulier : Fortet, *Sur une suite également répartie* (*Studia Mathematica*, 9, 1940, p. 54); Kac, *On the distribution of values of sums of the type* $\Sigma f(2^k t)$ (*Ann. of Math.*, 47, nº 1, 1946, p. 33.)

(2) Ce résultat a déjà été obtenu dans le cas où les n_j sont entiers par M. Erdös, qui n'a pas encore publié sa démonstration.

probabilité à 2 dimensions du couple (P_r, Q_r) tend, lorsque r tend vers $+\infty$, vers la loi de Laplace de densité (1); on peut en déduire que la série

$$\sum_j c_j e^{in_j x} \qquad (-\infty < x < +\infty)$$

converge ou diverge presque partout selon que la série $\sum_i |c_j|^2$ converge ou diverge, théorème déjà obtenu par Kac et Hartman ([3]).

II. Soit $f(x)$ une fonction réelle de la variable réelle x, de période 2π, satisfaisant à la condition de Lipschitz

$$|f(x'') - f(x')| \leq M |x'' - x'|^\alpha \qquad 0 < \alpha \leq 1.$$

On pose

$$Y_r = \sum_{j=1}^{r} f(n_j X), \qquad \sigma_r^2 = \frac{1}{r} E(Y_r^2).$$

Lorsque r tend vers $+\infty$, même si

$$\underline{\lim}_{r \to +\infty} \sigma_r > 0,$$

la loi de probabilité de la variable aléatoire $Y_r/\sqrt{r}\sigma_r$ peut ne pas tendre vers la loi de Laplace, et peut même ne pas avoir de limite du tout; la tendance vers la loi de Laplace ne peut être assurée que moyennant des restrictions, sur $f(x)$ ou sur la suite (n_j); dans cet ordre d'idées, on peut démontrer que :

Si le rapport n_{j+1}/n_j est, quel que soit j, entier, et si $\underline{\lim}_{r \to +\infty} \sigma_r > 0$, la loi de probabilité de $Y_r/\sqrt{r}\sigma_r$ tend, lorsque r tend vers $+\infty$, vers la loi de Laplace.

Corrélativement, si l'on considère une suite indéfinie de nombres réels quelconques $c_1, c_2, \ldots, c_j, \ldots$, et si l'on pose

$$b_r^2 = \sum_{j=1}^{r} c_j^2, \qquad Z_r = \frac{1}{b_r} \sum_{j=1}^{r} c_j f(n_j X),$$

on peut montrer que si le rapport n_{j+1}/n_j est, quel que soit j, un entier, et si $\underline{\lim}_{r \to +\infty} E(Z_r^2) > 0$, la loi de probabilité de Z_r tend vers une loi de Laplace, et l'on peut en déduire que la série

$$\sum_j c_j f(n_j x) \qquad (-\infty < x < +\infty),$$

dont on sait, par ailleurs, qu'elle converge presque partout si $\sum_i c_j^2 < +\infty$ ([4]), diverge presque partout si $\sum_j c_j^2 = +\infty$.

([3]) KAC, *Convergence and divergence of non-harmonic gap series* (*Duke Math. Journ.*, 8, n° 3, 1941, p. 541).

([4]) KAC, *Convergence of certain gap series* (*Ann. of Math.*, 44, n° 3, 1943, p. 411).

Remarque. — On peut étendre les résultats du paragraphe I à des suites (n_j) plus générales que les suites (n_j) considérées ci-dessus : par exemple, ces résultats restent valables si, en posant

$$\frac{n_{j+1}}{n_j} = 1 + \theta_j,$$

il existe deux constantes positives A et ψ telles que $\theta_j > [A/(\log j)^\psi]$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur un système de Pfaff de trois équations équivalent aux équations de Codazzi et de Gauss.* Note (¹) de M. **Victor Lalan**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans l'étude des surfaces par la méthode du repère mobile de M. Élie Cartan, on sait que les équations de Codazzi et de Gauss s'obtiennent en différentiant extérieurement les formules qui expriment les formes ω_{ij} en fonction de ω_1 et ω_2. Un fait, demeuré jusqu'ici inaperçu, semble-t-il, apparaît lorsqu'en guise de repère mobile (et déformable) on utilise le repère biisotrope que j'ai précédemment défini (²) : les équations de Codazzi et de Gauss peuvent s'exprimer sous la forme d'un système de Pfaff constitué par trois équations, dont chacune représente le prolongement de la précédente (au sens de la théorie des systèmes différentiels en involution).

Nous écrivons les deux formes quadratiques

$$\frac{2\omega_1\omega_2}{A} \quad \text{et} \quad \omega_1^2 + 2\beta\omega_1\omega_2 + \omega_2^2;$$

ω_1 et $i\omega_2$ sont les différentielles des pseudo-arcs des lignes minima, A est la demi-différence des courbures principales, β est le rapport H/A, H désignant la courbure moyenne. Les composantes de la variation infinitésimale du repère biisotrope sont, en fonction de ω_1 et ω_2,

$$(1) \qquad \omega_{13} = \omega_1 + \beta\omega_2, \qquad \omega_{23} = \beta\omega_1 + \omega_2,$$

$$(2) \qquad \omega_{11} = p\omega_1 + r\omega_2, \qquad \omega_{22} = s\omega_1 + q\omega_2.$$

En outre, $dA/A = -\omega_{11} - \omega_{22}$.

Si l'on différentie extérieurement les équations (1), et que l'on tienne compte de $H = A\beta$, on trouve les équations de Codazzi,

$$H_1 = -2rA, \qquad H_2 = -2sA,$$

qui se condensent en une seule équation aux différentielles totales,

$$(3) \qquad dH = -2A(r\omega_1 + s\omega_2),$$

résultat très important à notre point de vue.

(¹) Séance du 17 février 1947.

(²) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 632-633. Voir aussi **223**, 1946, pp. 569-571, 707-709 et 883-885.

En différentiant (2), on obtient l'équation de Gauss sous deux formes équivalentes (K désigne la courbure totale),

$$(4) \qquad \frac{K}{A} = r_1 - p_2 + pr - rs, \qquad \frac{K}{A} = s_2 - q_1 + qs - rs.$$

Pour arriver au système de Pfaff que nous avons en vue, nous ferons intervenir trois formes différentielles, que l'on peut former dès que ω_1 et ω_2 sont connues; ce sont

$$\varpi = r\omega_1 + s\omega_2,$$

$$\chi = \left(s - \frac{s_1}{s}\right)\omega_1 + \left(r - \frac{r_2}{r}\right)\omega_2 \quad (\text{en abrégé : } a\omega_1 + b\omega_2),$$

$$\Phi = \left(b - \frac{b_1}{s}\right)\omega_1 + \left(a - \frac{a_2}{r}\right)\omega_2,$$

entre lesquelles existent les relations

$$d\varpi = [\varpi\chi], \qquad d\chi = [\varpi\Phi].$$

L'équation (3), qui s'écrit maintenant $dH = -2A\varpi$, donne par différentiation extérieure, $[(dA/A - \chi)\varpi] = 0$, d'où l'équation

$$(5) \qquad \frac{dA}{A} = \chi + \lambda\varpi,$$

premier prolongement de (3). Différentiant (5) à son tour, on obtient $[(d\lambda - \Phi - \lambda\chi)\varpi] = 0$, qui se résout par

$$(6) \qquad d\lambda = \Phi + \lambda\chi + \mu\varpi.$$

Nous allons montrer que *le coefficient* μ *est déterminé par l'équation de Gauss.* En effet, l'équation (5) donne, quand on y exprime tout en ω_1, ω_2 :

$$(7) \qquad p = -2s + \frac{s_1}{s} - \lambda r, \qquad q = -2r + \frac{r_2}{r} - \lambda s.$$

On en déduit p_2 et q_1 que l'on porte dans les équations (4), et l'on obtient

$$(8) \qquad \lambda_1 = a\lambda + b - \frac{b_1}{s} + \frac{1}{s}\left(\frac{K}{A} - c\right), \qquad \lambda_2 = b\lambda + a - \frac{a_2}{r} + \frac{1}{r}\left(\frac{K}{A} - c\right),$$

où

$$a = s - \frac{s_1}{s}, \qquad b = r - \frac{r_2}{r}, \qquad c = r_1 + s_2 - 2rs = \frac{d(-s\omega_1 + r\omega_2)}{[\omega_1\omega_2]}.$$

Ces deux équations se résument en

$$(6') \qquad d\lambda = \Phi + \lambda\chi + \frac{1}{rs}\left(\frac{K}{A} - c\right)\varpi.$$

Comparant avec (6), on voit que $\mu = 1/rs(K/A - c)$. Le système formé des 3 équations de Pfaff (3), (5), (6') est complètement équivalent aux équations

de Codazzi et de Gauss [(5) ne joue qu'un rôle d'intermédiaire]. D'après le mode de formation de ce système, son système quadratique associé se réduit à une seule relation, la différentielle extérieure de (6').

Les calculs que nous avons développés dans la troisième des Notes mentionnées ci-dessus prouvent que le λ de (5) vérifie

$$\lambda = -2A\frac{\Delta_2 H}{\Delta_1 H};$$

des calculs analogues permettent d'établir que, dans (6),

$$\mu = \frac{1}{rs}\,\frac{\Delta_2(\log A)}{2A}.$$

Cette expression de μ est totalement indépendante de l'équation de Gauss; c'est précisément en l'identifiant avec celle qui figure dans (6') que l'on exprime le théorème de Gauss.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une propriété relative à la déformation des surfaces.* Note de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Élie Cartan.

1. La déformation d'une surface quelconque S donne lieu à la propriété suivante, qui ne nous semble pas avoir été signalée encore dans le cas général, et autour de laquelle viennent se grouper des résultats géométriques très divers.

Faisons correspondre, d'après une loi déterminée mais *arbitraire*, à tout point P de S un point I du plan tangent en P, et supposons chaque point I invariablement lié au plan tangent correspondant.

Les courbes de S suivant lesquelles doit se déplacer P pour que les déplacements infinitésimaux simultanés de P et I soient constamment *orthogonaux* forment (sauf un cas d'indétermination remarquable) un réseau *qui reste invariant lorsqu'on déforme* S *arbitrairement*. Les lignes coordonnées (u, v) de S étant orthogonales $(ds^2 = E\,du^2 + G\,dv^2)$ et choisies de façon que la tangente en P à $v =$ const. passe par I, l'équation définissant le réseau invariant en question est, en posant $\overline{PI} = a(u, v)$,

$$(1)\qquad \sqrt{E}\left(\sqrt{E}+\frac{\partial a}{\partial u}\right)du^2+\left(\sqrt{E}\frac{\partial a}{\partial v}-a\frac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}\right)du\,dv+\sqrt{G}\left(\sqrt{G}+\frac{a}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)dv^2=0.$$

2. Les coefficients de (1) s'interprètent. La nullité du premier exprime l'orthogonalité évidente des déplacements simultanés d'un point P sur une courbe quelconque de S et du point I correspondant sur l'une quelconque de ses développantes. Celle du deuxième exprime [1] que la droite Δ du plan

[1] P. Vincensini, *Sur la déformation des surfaces* (*Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 630-632).

tangent perpendiculaire en I à PI engendre une congruence dans laquelle les couples de foyers associés sont sur deux tangentes conjuguées de S, et (1) montre que, dans ce cas, le réseau invariant est *bissecté* par les courbes enveloppées sur S par les différentes droites PI. La nullité du troisième coefficient exprime que I est le centre de courbure géodésique en P de la courbe $u =$ const., et (1) établit pour une courbe quelconque (P) d'une surface *l'orthogonalité des déplacements simultanés de* P *et du centre de courbure géodésique correspondant* I. Un choix de I annulant simultanément *deux ou les trois* coefficients de (1) exige une particularisation de S. L'annulation du premier et du troisième conduit aux surfaces d'élément linéaire $ds^2 = (\partial a/\partial u)^2 du^2 + a^2 dv^2$ ($a =$ fonct. arb.), pour lesquelles le réseau invariant est le réseau orthogonal (u, v). Ces surfaces sont caractérisées par la possibilité d'y tracer un faisceau de courbes telles que la largeur de toute zone infiniment étroite limitée par deux courbes infiniment voisines soit *proportionnelle au rayon de courbure géodésique de la trajectoire orthogonale des courbes du faisceau au point où cette largeur est considérée.* Pour a convenable l'élément linéaire est celui des *nappes focales des congruences à réseaux focaux orthogonaux* (surfaces de Guichard). L'indétermination de (1) exige que le ds^2 de S ait la forme $ds^2 = V^2 e^{-2u}(du^2 + dv^2)$, caractéristique des *déformées de surfaces spirales*; les points I sont alors les centres de courbure géodésique des trajectoires orthogonales spirales déformées.

3. Le cas où les points I sont les traces, sur les plans tangents à S, des cordes de contact d'une congruence de sphères (Σ) avec les deux nappes de l'enveloppe ([2]) est particulièrement intéressant. J'indique ici, sans démonstrations, quelques-uns des résultats auxquels l'étude des réseaux invariants (D) correspondants donne lieu. Pour que (D) soit *orthogonal* il faut et il suffit que (Σ) soit définie par l'équation $\Delta_2 \rho = 2$ ($R = \sqrt{2\rho}$ étant le rayon de Σ, et Δ_2 se rapportant au ds^2 de S), équation qui, si S est une sphère, n'est autre que celle de Weingarten pour la déformation du paraboloïde de révolution. Pour que (D) soit le réseau *des lignes minima* de S, il faut et il suffit que ρ soit une solution *permanente* (par déformation de S) de l'équation de Cayley des familles de Lamé dont S fait partie : S est alors applicable sur une surface de révolution. Pour que (D) soit *conjugué dans sa position actuelle*, il faut et il suffit que les sphères (Σ) établissent, par leurs contacts avec les deux nappes de leur enveloppe, une correspondance *avec égalité directe des aires* ([3]) entre ces deux nappes. Si, S étant toujours quelconque, (Σ) est une *congruence de courbure* $+1$ [au sens de M. A. Demoulin ([4])] de déférente S, le réseau inva-

---

([2]) Pour les congruences des cordes de contact des enveloppes de sphères, *voir* J. DRACH, *Comptes rendus des Soc. Sav.*, 1925, *Sciences*, p. 36.

([3]) Pour la définition des correspondances directes et inverses, *voir* P. VINCENSINI, *Ann. Éc. Norm.*, (3), t. 53, 1936, p. 41.

([4]) *Bull. de la Cl. des Sc. de l'Acad. roy. de Belgique*, 19, 1933, pp. 877-880.

riant (D) est un réseau *d'asymptotiques virtuelles* de S, et la déformation de S qui rend ce réseau *asymptotique* est celle qui amène les sphères (Σ) à passer par un point fixe.

Si des deux familles de courbes de (D) *l'une seulement* est formée d'asymptotiques virtuelles, S est *applicable sur une surface réglée* (les asymptotiques virtuelles correspondant aux génératrices rectilignes), et la congruences des cordes de contact des sphères (Σ) jouit de la propriété que l'une des déformations de S rendant rectilignes les asymptotiques virtuelles *transforme la congruence des cordes de contact en congruence parabolique*.

Bien d'autres propriétés géométriques peuvent être rattachées à la considération des réseaux invariants dont il est question dans cette Note, qui sera développée dans un travail ultérieur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les tribus de sous-espaces d'un espace de Hilbert-Hermite.* Note [1] de M. **Otton Martin Nikodym**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

1. Par l'espace de Hilbert-Hermite 1, nous entendons un espace vectoriel avec multiplicateurs complexes doué d'un produit scalaire $(\vec{x}, \vec{y})$ qui est une forme bilinéaire hermitienne définie positive. Ce produit scalaire engendre la notion d'orthogonalité, de projection et celle de module d'un vecteur $\vec{x}$, $|\vec{x}| = \sqrt{(\vec{x}, \vec{x})} \geq 0$. L'écart $|\vec{x}, \vec{y}| = |\vec{x} - \vec{y}|$ définit dans 1 une métrique que nous supposons complète, mais non nécessairement séparable. Appelons espace toute sous-variété linéaire fermée de 1. Le symbole o désignera l'espace composé du seul vecteur $\vec{o}$; $a \subseteq b$ signifie que a est contenu dans b; $a + b$ désigne le plus petit espace contenant a et b; $a.b$, le plus grand espace contenu dans a et b; co$a$, l'espace complémentaire orthogonal à a; $a - b$ désigne $a.\text{co}b$ [2]; $a \perp b$ (a orthogonal à b) signifie que si $\vec{x} \in a$, $\vec{y} \in b$, on a $(\vec{x}, \vec{y}) = 0$. Nous admettons des définitions analogues pour les opérations spatiales infinies $\sum_\alpha a_\alpha$ et $\prod_\alpha a_\alpha$. Les espaces a, b sont dits *compatibles* lorsque $a - a.b \perp b - a.b$. Voici quelques conditions nécessaires et suffisantes de compatibilité : 1° $P_b a \subset a$ [3]; 2° $P_b a \subset a.b$; 3° $P_b a = a.b$; 4° $P_a b = P_b a$; 5° $a - b = a - a.b$; 6° $a = a.b + a.\text{co}b$; 7° $P_a P_b \vec{x} = P_b P_a \vec{x}$ pour tout $\vec{x} \in 1$.

---

(1) Séance du 10 février 1947.

(2) M. H. Stone (*Linear transformations in Hilbert space*, New York, 1932) utilise les symboles ⊕, ⊖.

(3) $P_b a$ désigne la variété linéaire composée des projections sur b des vecteurs de a. C'est un espace dans le cas de compatibilité. $P_a \vec{x}$ désigne la projection du vecteur $\vec{x}$ sur a.

2. Appelons *tribu* [4] (d'espaces) toute famille (T) non vide d'espaces pour laquelle : si a, $b \in (T)$, on a : 1° co $a \in (T)$; 2° $a + b \in (T)$; 3° $a.b = o$ entraîne $a \perp b$. Si l'on remplace 2° par une condition analogue pour les sommes spatiales dénombrables (resp. quelconques), la tribu est dite *dénombrablement* (resp. *complètement*) *additive*. Pour qu'une famille (T) non vide satisfaisant aux conditions 1° et 2° soit une tribu, il faut et il suffit que ses éléments soient compatibles. Pour qu'il existe une tribu (T') contenant la tribu (T) et l'espace p, il faut et il suffit que p soit compatible avec tous les $a \in (T)$. Il existe alors une plus petite tribu (T'); elle se compose des éléments $a.p + b.\,\mathrm{co}\,p$ où $a, b \in (T)$. Chaque tribu est contenue dans une tribu dénombrablement additive [5]. (T) est dite *saturée* lorsque toute tribu qui la contient coïncide avec (T). Par l'induction transfinie on démontre que pour chaque tribu (T) il existe une tribu (T^*) saturée qui la contient; (T^*) est dénombrablement additive. Si ι est séparable, une tribu dénombrablement additive est aussi complètement additive [6].

3. Par *champ de rayonnement* [7] $M_T(\mathcal{E})$ d'un ensemble (non vide) $\mathcal{E}$ de vecteurs sur la tribu (T), nous entendons le plus petit espace contenant les vecteurs $P_a \vec{x}$ où $a \in (T)$ et $\vec{x} \in \mathcal{E}$. L'espace $M_T(\mathcal{E})$ est identique à l'ensemble de tous les vecteurs qui peuvent être approximés par des sommes finies $\sum_i \vec{\lambda}_i P_{a_i} \vec{\xi}_i$ où $a_i \in (T)$, $\vec{\xi}_i \in \mathcal{E}$ et où les λ_i sont des nombres complexes. On a $M_T(\mathcal{E}) = M_T(\mathcal{F})$ lorsque $\mathcal{E}$ est partout dense dans $\mathcal{F}$; $M_T(\mathcal{E}) = M_T(p)$ lorsque p est le plus petit espace contenant $\mathcal{E}$. Si $a \in (T)$, on a $M_T(a) = a$; $M_T[M_T(\mathcal{E})] = M_T(\mathcal{E})$. $M_T(\mathcal{E}) = \Sigma M_T[(\vec{\xi})]$ où $\vec{\xi}$ parcourt $\mathcal{E}$. La condition nécessaire et suffisante pour qu'un espace p soit compatible avec (T) est qu'il existe un $\mathcal{E}$ tel que $p = M_T(\mathcal{E})$. Si ι est séparable et (T) saturée, il existe un vecteur $\vec{\omega}$ tel que $M_T[(\vec{\omega})] = \iota$. Un tel vecteur $\vec{\omega}$ s'appelle *vecteur générateur* de ι par rapport à (T). On a $M_T[(P_a \vec{\omega})] = a$ pour tout $a \in (T)$.

4. Dorénavant nous ferons l'hypothèse que ι est séparable et (T) dénombrablement additive. Par *mesure* sur la tribu (T) nous entendons toute fonction $\mu(a) \geq o$ définie et finie sur (T) telle que $\mu\left(\sum_n a_n\right) = \sum_n \mu(a_n)$ lorsque a_1,

---

[4] Cette expression est empruntée à M. René de Possel (*J. de Math.*, 101, 1936). La notion a été suggérée par J. v. Neumann (*Math. Grundl. d. Quantenmechanik*, Berlin, 1932) et par la notion générale d'un *corps* de Boole (p. ex. A. TARSKI. *Fund. Math.*, 24, 1935).

[5] La démonstration dans O. NIKODYM. *On Boolean fields of subspaces in an arbitrary Hilbert space* (*Ann. Soc. Polon. Math.*, 17, 1938).

[6] O. NIKODYM, *On Boolean fields* (*loc. cit.*).

[7] Le cas particulier où $\mathcal{E}$ se réduit à un seul vecteur est connu dans la théorie de multiplicité du spectre continu (p. ex. STONE, *loc. cit.*).

$a_2, \ldots, a_n, \ldots$ sont des éléments disjoints [8] de (T). On obtient une telle mesure en posant $\mu(a) = |P_a \xi|^2$ où ξ est un vecteur fixé quelconque. La mesure μ s'appelle *effective* lorsque $\mu(a) = 0$ entraîne $a = o$. Si $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ est un ensemble partout dense dans I de vecteurs non nuls, la mesure $\mu(a) = \sum_n |P_a \xi_n|^2 / n! |\xi_n|^2$ est effective sur toute tribu. La notion d'écart [9] $|a, b\|_\mu = \mu(a - b) + \mu(b - a)$ définie par une mesure effective μ sur (T), organise (T) en espace métrique complet [10]. A mesures μ, μ' effectives quelconques sont associées deux métriques équivalentes [11]. La topologie μ est séparable (lorsque I est séparable).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les infinis d'un potentiel.* Note de M. **Jacques Deny**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Soit $U^\mu(M) = \int h(MP)\, d\mu(P)$ le potentiel engendré par la distribution positive μ. La fonction fondamentale est $h(r) = r^{2-n}$ dans l'espace euclidien R_n à n dimensions. Si $n = 2$ on prend $h(r) = -\log r$ et l'on suppose les masses contenues dans un cercle de diamètre unité. On peut envisager diverses extensions comme les potentiels d'ordre α $(0 < \alpha \leq 2)$ et ceux pris par rapport à la fonction de Green.

L'ensemble A des points M tels que $U^\mu(M) = +\infty$ est évidemment un G_δ (intersection dénombrable d'ouverts); d'autre part M. H. Cartan a démontré récemment que si $U^\mu(M) \not\equiv \infty$, A est de capacité extérieure nulle, et posé le problème de caractériser entièrement l'ensemble A [1]. Le but de cette Note est de montrer que les deux propriétés précédentes sont caractéristiques.

Théorème. — *Si* A *est un* G_δ *de capacité extérieure nulle, il existe une distribution positive* μ *dont le potentiel* U^μ *est infini en tout point de* A, *et fini en tout point du complémentaire* CA [2].

Démonstration. — A peut être défini comme l'intersection d'ouverts G_n dont la capacité $\mathcal{C}(G_n) < 1/4^n$. A partir de la suite $\{G_n\}$, nous en construisons une autre $\{\Gamma_n\}$

$$\Gamma_1 = G_1, \quad \Gamma_{n+1} = G_{n+1} \cap \omega_n \quad (n \geq 1).$$

---

[8] a, b s'appellent *disjoints* lorsque $a.b = o$.

[9] La notion plus générale d'écart de deux fonctions remonte à M. M. Fréchet (*Bull. of the Calcutta Math. Soc.*, 1921). Pour les ensembles elle fut retrouvée indépendamment par O. Nikodym (*Fund. Math.*, 14, 1929) et M. N. Aronszjan (manuscrit inédit de 1929).

[10] O. Nikodym et N. Aronszajn. En ce qui concerne la mesure sur un « corps » de Boole (voir O. Nikodym, *Mém. Acad. Roy. de Belgique*, 1938).

[11] Démonstration d'après Wecken (*Math. Zeitschr.*, 1939).

[1] H. Cartan, *Bull. Soc. Math. de France*, 73, 1945, pp. 74-106.

[2] Lorsque A est fermé, ce théorème a été établi par G. C. Evans (*Monatsh.*, 1936, pp. 419-424), l'auteur astreignant de plus les masses à être portées par A.

L'ouvert ω_n est défini comme suit : posons $F_n = C\Gamma_n$. Soit $F_n^{(p)}$ l'ensemble (fermé) des points dont la distance d à F_n vérifie $2^p \leq h(d) \leq 2^{p+1}$; on construit des ouverts $\omega_n^{(p)} (p \geq 2n)$ (³) tels que

$$(a) \qquad A \cap F_n^{(p)} \subset \omega_n^{(p)},$$

$$(b) \qquad \omega_n^{(p)} \subset F_n^{(p-1)} \cup F_n^{(p)} \cup F_n^{(p+1)},$$

$$(c) \qquad \mathcal{C}[\omega_n^{(p)}] < \frac{1}{4^p},$$

et l'on pose $\omega_n = \bigcup_p \omega_n^{(p)}$.

Les ouverts Γ_n sont décroissants, $A = \bigcap_n \Gamma_n$ et $\mathcal{C}(\Gamma_n) < \mathcal{C}(G_n) < 1/4^n$.

Il suffit de constater que le potentiel capacitaire de Γ_{n+1} est majoré, sur F_n, par le terme général d'une série numérique convergente; la distribution obtenue en superposant les distributions capacitaires des Γ_n répondra à la question.

Or, le potentiel capacitaire de l'ensemble $\omega_n^{(p)}$ est, en vertu des conditions b et c, majoré sur F_n par $2^{p+2}\, \mathcal{C}[\omega_n^{(p)}] < 2^{p+2}/4^p$. Le potentiel capacitaire de Γ_{n+1} est majoré par la superposition de ces potentiels (avec $p = 2n, 2n+1, \ldots$). Il est donc majoré sur F_n par $\sum_{p=2n}^{\infty} 2^{p+2}/4^p = 8/4^n$, d'où le résultat.

Remarquons que la distribution construite est évidemment d'énergie finie.

THÉORIE DES GROUPES. — *Remarques sur les hypergroupes.* Note de MM. **Marc Krasner** et **Jean Kuntzmann**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Dans un travail antérieur (¹) un de nous a énoncé (à la page 125), par inadvertance, que tout sous-hypergroupe h de l'hypergroupe de catégories $H = \mathfrak{g}/g^{(c)}$ d'un groupe $\mathfrak{g}$ suivant un de ses sous-groupes g est de la forme $\bar{\mathfrak{g}}/g^{(c)}$, où $\bar{\mathfrak{g}}$ est un sous-groupe de $\mathfrak{g}$. Ce résultat (qui n'est, d'ailleurs, utilisé nulle part dans le travail cité), exact sous l'hypothèse supplémentaire que h est clos (ou que h contient l'unité $e = g/g^{(c)}$ de H), ne l'est pas dans le cas général, comme le montre le contre-exemple suivant :

Soient A le corps des nombres rationnels, M l'ensemble des nombres rationnels positifs, — M l'ensemble des nombres rationnels négatifs, $\mathfrak{g}$ l'ensemble des couples (a, m), $a \in A$, $m \in M$. Si l'on organise $\mathfrak{g}$ par la loi de composition $(a, m)\,(a', m') = (a + ma', mm')$, il devient, visiblement, un groupe [car $[(a, m)(a', m')](a'', m'') = (a, m)[(a', m')(a'', m'')] = (a + ma' + mm'a'', mm'm'')$,

---

(³) On vérifie facilement que $F_n^{(p)}$ est vide si $p < 2n$. En effet si $F_n^{(p)}$ n'est pas vide, il existe une sphère intérieure à Γ_n et de rayon R tel que $h(R) \leq 2^{p+1}$. Donc $\mathcal{C}(r_n) \geq 1/2^{p+1}$. Comme d'autre part $\mathcal{C}(r_n) < 1/4^n$, on en conclut $p \geq 2n$.

(¹) Krasner, *Duke Mathematical Journal*, 6, 1940, pp. 120-140.

$(a,m)(0,1)=(0,1)(a,m)=(a,m)$ et $(a,m)(-a:m, 1:m)=(0,1)]$. $g=(0,M)$ est un sous-groupe de $\mathfrak{g}$, car $(0,M)(0,M)=(0,M)$ et $(0,m)^{-1}$ est $(0,m^{-1})$. μ parcourant M, on a $g(a,m)g=(0,M)(a,m)(0,M)=\{(\mu a, \mu m)\}(0,M)=\bigcup(\mu a, \mu m M)$ égal à $\bigcup(\mu a, M)=(aM, M)$. Ainsi, si $a\in M$, on a $g(a,m)g=(M,M)$; si $a=0$, on a $g(a,m)g=(0,M)=g$; et si $a\in -M$, on a $g(a,m)g=(-M,M)$ $H=\mathfrak{g}/g^{(c)}$ n'a donc que 3 éléments $P=(M,M)/g^{(c)}$, $e=g/g^{(c)}$ et $N=(-M,M)/g^{(c)}$; $(M,M)(M,M)=\bigcup(M+\mu M, \mu M)=\bigcup(M,M)=(M,M)$, d'où $P^2=\{P\}$, et $\{P\}$ est un sous-hypergroupe de H. Or, (M,M) n'est pas un sous-groupe de $\mathfrak{g}$, car $(0,1)\notin(M,M)$.

II. Le théorème 1 de la page 128 du travail ([1]) peut se compléter comme suit : *si h et h' sont deux sous-hypergroupes réversibles, infra-invariants et semblables d'un hypergroupe* H, *on a $hh'=h'h$.*

En effet, si $c\in h'h$ et si $c\notin hh'$, on a, en vertu de la réversibilité de h', $h'c\cap h\neq\emptyset$ et $ch'\cap h=\emptyset$. En vertu de l'infra-invariance de h', on a une des relations $h'c\supset ch'$, $h'c=ch'$, $h'c\subset ch'$, et, comme les deux dernières sont incompatibles avec ce qui précède, on a $h'c\supset ch'$. Mais le raisonnement analogue appliqué à c et à h, donne $ch\supset hc$, ce qui contredit la similitude des h et h'.

Plus généralement, *soient H^* et h' deux sous-hypergroupes de* H *dont h' réversible et infra-invariant dans* H *et H^* clos, tels que $H=H^*h'=h'H^*$; si h est un sous-hypergroupe réversible et infra-invariant (dans H^*) de H^*, dont le type est compatible sur H^* avec celui de h', on a $hh'=h'h$.*

En effet, puisque les types de h et de h' sont compatibles sur H^* et (H^* étant clos) $hh'\cap H^*=h(h'\cap H^*)$ et $h'h\cap H^*=(h'\cap H^*)h$, le raisonnement précédent, appliqué aux $c\in H^*$, montre que $hh'\cap H^*=h'h\cap H^*$; si $hh'\neq h'h$, il existe un $c\notin H$ tel que ou bien : α. $c\in h'h$ et $c\notin hh'$, ou bien : β. $c\in hh'$ et $c\notin h'h$. Dans le cas α, on déduit, comme précédemment, en vertu de la réversibilité et de l'infra-invariance de h', $h'c\cap h\neq\emptyset$, $ch'\cap h=\emptyset$ et $h'c\supset ch'$, donc $h'ch'=h'c\neq ch'$. Puisque $H^*h'=H$, il existe un $c^*\in H^*$ tel que $c\in c^*h'$, et, h' étant réversible, on a $ch'=c^*h'$ et $h'ch'=h'c^*h'$, d'où $h'c^*h'\neq c^*h'$, et, vu l'infra-invariance de h', $h'c^*=h'c^*h'=h'c$. Donc $h'c^*\cap h\neq\emptyset$ et $c^*h'\cap h=\emptyset$, c'est-à-dire $c^*\in h'h$ et $c^*\notin hh'$, d'où $hh'\cap H^*\neq h'h\cap H^*$. On démontre d'une manière analogue, à l'aide de $h'H^*=H$, l'impossibilité de β.

III. Le théorème 2 de la page 129 du travail cité ([1]) n'est pas tout à fait exact. L'erreur se trouve dans les lignes 10-13 de la page 130. Soient h un sous-hypergroupe infra-invariant et réversible et h' un sous-hypergroupe clos d'un hypergroupe H, C^* une classe de quelque côté suivant h d'un $c\in h'$, $C=C^*\cap h'$. Il était déjà prouvé que $C^*\to C$ réalise une application biunivoque de $h'h/h^{(d)}$ sur $h'/(h\cap h')^{(d)}$ et de $hh'/h^{(g)}$ sur $h'/(h\cap h')^{(g)}$. L'affirmation erronée est que, si, pour deux classes d'un même côté C_1^*, C_2^* suivant h d'éléments de h', on a toujours $C_1^*C_2^*\cap h'\subseteq C_1C_2$, les applications biunivoques précédentes sont des isomorphismes. Or, ceci est faux quand $C_1^*C_2^*$ contient une classe du même côté suivant h disjointe avec h', autrement dit (si, par exemple, il s'agit de classes à

droite) quand $C_1^* C_2^* \nsubseteq h'h$. Toutefois, cette affirmation est exacte avec l'hypothèse supplémentaire $hh' = h'h$, car alors $C_1^* C_2^* \subseteq h'hh'h = h'h'hh = h'h$, et de même pour les classes à gauche.

Comme le reste de la démonstration est juste, la partie suivante du théorème 2 : *$h \cap h'$ est un sous-hypergroupe réversible et infra-invariant de h' dont le type est égal à celui de h sur h'*, est exacte, et le reste du théorème l'est avec l'hypothèse supplémentaire $hh' = h'h$.

La démonstration du théorème de Jordan-Hölder du travail [1] reste valable moyennant vérification de l'hypothèse supplémentaire $hh' = h'h$ chaque fois que l'on fait usage de la partie modifiée du théorème 2, ce qui se produit au lemme 8 (p. 132) et au théorème 3 (p. 134). Soit $H_0, H_1, \ldots, H_s$ une suite infranormale entre $\overline{H}$ et $\overline{\overline{H}}$ et H^* un sous-hypergroupe infra-invariant et réversible de $\overline{H}$ de type compatible avec celui de la suite. Pour justifier le lemme 8, il faut prouver que, pour tout $i = 0, 1, \ldots, s$, $H_i H^* = H^* H_i$ et est un sous-hypergroupe de $\overline{H}$; ceci résulte non plus du théorème 2, mais, par récurrence du complément donné au théorème 1 : la proposition étant vraie pour $i-1$, H^* est réversible et infra-invariant dans $H^* H_{i-1} = H_{i-1} H^*$, H_i est infra-invariant et réversible dans H_{i-1} (qui est clos) et leurs types sont compatibles sur H_{i-1}, donc $H_i H^* = H^* H_i$ et, en vertu du théorème 2 modifié, est un hypergroupe.

Dans la démonstration du théorème 3, il faut vérifier (lignes 17-18) que $(H_{i-1} \cap H'_{j-1})[(H_{i-1} \cap H'_j) H_i] = [H_i (H_{i-1} \cap H'_j)](H_{i-1} \cap H'_{j-1})$, ce qui résulte tout simplement du fait que tous les deux sont égaux à $H_i (H_{i-1} \cap H'_{j-1}) = (H_{i-1} \cap H'_{j-1}) H_i$ (lemmes 7 et 8).

MÉCANIQUE GÉNÉRALE. — *Sur les conditions de stabilité du Circuit de Régulation canonique d'une seule grandeur.* Note de M. **Gilbert Nasse**.

On désigne par *Circuit de Régulation canonique d'une seule grandeur* le circuit de régulation le plus simple qui soit. Il se compose de deux éléments.

1° l'élément à régler sur lequel agit une grandeur indépendante qui perturbe par ses variations la grandeur à régler, ce qui nécessite la variation commandée de la grandeur de réglage.

2° l'élément régulateur qui détecte les variations de la grandeur à régler, et commande en conséquence, la grandeur de réglage.

Dans le cadre de phénomènes linéaires, sans retard, l'élément à régler, ou élément semi-libre pour rappeler l'influence d'une grandeur indépendante, est défini par une équation différentielle linéaire à coefficient constant de forme

$$\rho = f_1(\gamma, \gamma', \gamma'', \ldots \lambda, \lambda', \lambda'', \ldots) \tag{1}$$

où ρ, γ et λ désignent respectivement les valeurs réduites de la grandeur de réglage, de la grandeur réglée et de la grandeur indépendante ou grandeur libre.

L'élément *régulateur* ou élément dépendant (car il n'est soumis à l'action d'aucune grandeur libre) est défini par une équation différentielle linéaire à coefficient constant de forme

$$(2)\qquad f_2(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'', \ldots) = f_3(\sigma, \sigma', \sigma'', \ldots),$$

ε et σ désignant respectivement les valeurs réduites de la grandeur d'entrée et de la grandeur de sortie de cet élément.

L'application de la transformation de Laplace aux relations (1) et (2) permet d'écrire

$$(3)\qquad T(\rho) = \varphi_\gamma(p)\,T(\gamma) - \psi_\gamma(p, \gamma_0, \gamma'_0, \ldots) + \varphi_\lambda(p)\,T(\lambda) - \psi_\lambda(p, \lambda_0, \lambda'_0, \ldots),$$

$$(4)\qquad \varphi_\varepsilon(p)\,T(\varepsilon) - \psi_\varepsilon(p, \varepsilon_0, \varepsilon'_0, \ldots) = \varphi_\sigma(p)\,T(\sigma) - \psi_\sigma(p, \sigma_0, \sigma'_0, \ldots);$$

en introduisant, sous le nom de *rapport de transmission*, le rapport des transformées des grandeurs de sortie et d'entrée, lorsque l'élément considéré part du repos,

$$P_L = \left(\frac{T(\gamma)}{T(\rho)}\right)_0 = \frac{1}{\varphi_\gamma}, \qquad P_D = \left(\frac{T(\sigma)}{T(\varepsilon)}\right)_0 = \frac{\varphi_\varepsilon}{\varphi_\sigma};$$

les deux éléments sont définis par les relations

$$(5)\qquad T(\rho) = \frac{1}{P_L}\,T(\gamma) + [I]_L,$$

$$(6)\qquad T(\sigma) = P_D\,T(\varepsilon) - \frac{[I]_D}{\varphi_\sigma},$$

où $[I]_L$ et $[I]_D$ représentent respectivement les transformées des conditions initiales et de l'évolution de la grandeur libre dans l'élément semi-libre et l'élément dépendant.

La connexion des deux éléments qui conduit aux identités $\varepsilon \equiv \gamma$, $\sigma \equiv \rho$, permet d'écrire la relation

$$(7)\qquad T(\gamma) = \frac{[I]_L + \dfrac{[I]_D}{\varphi_\sigma}}{P_D - \dfrac{1}{P_L}},$$

qui représente le comportement du circuit de régulation vu à travers la transformée de sa grandeur réglée.

(7) peut aussi s'écrire

$$(8)\qquad T(\gamma) = \frac{\varphi_\sigma[I]_L + [I]_D}{\varphi_\varepsilon - \varphi_\gamma\varphi_\sigma} = \frac{\varphi_\sigma[I]_L + [I]_D}{\varphi_\gamma\varphi_\sigma(P_L P_D - 1)} = \frac{\varphi_\sigma[I]_L + [I]_D}{\varphi_\sigma\left(P_D - \dfrac{1}{P_L}\right)}.$$

On sait que les racines du dénominateur de 8 égalé à zéro définissent les caractéristiques du régime transitoire qui accompagne chaque variation de la grandeur réglée.

Le circuit de régulation sera stable si ces racines n'ont pas de partie réelle positive.

Pour s'assurer de ce fait sans calcul des racines, deux critères sont connus et utilisés.

Le premier ou critère de Léonhard utilise la variation d'argument du premier dénominateur de (8) : $\varphi_\varepsilon - \varphi_\gamma \varphi_\sigma$; lorsque p décrit un contour entourant le demi-plan positif (contour de Bromwhich) le point figuratif du dénominateur ne doit pas entourer l'origine.

Le second, ou critère de Nyquist, utilise la variation d'argument de $(P_L P_D - 1)$ dont le point figuratif ne doit pas entourer l'origine lorsque p décrit le même contour; ou, ce qui revient au même, le point figuratif de $P_L P_D$ ne doit pas entourer le point $+1$ du plan complexe.

Le premier critère est rigoureux, mais nécessite la connaissance analytique des trois polynomes φ_ε, φ_γ, φ_σ. Le second évite cet inconvénient, mais n'est rigoureux qu'à la condition que φ_γ et φ_σ n'aient pas de zéros dans le demi-plan positif, c'est-à-dire que les deux éléments du circuit doivent être stables en eux-mêmes, ce qui n'est pas toujours réalisé, en particulier pour l'élément semi-libre.

Le troisième dénominateur de (8) permet de proposer un nouveau critère. *Pour que le circuit de régulation soit stable, la variation d'argument de* $(P_D - 1/P_L)$, *lorsque* p *décrit le contour de Bromwich dans le sens positif, doit être égale à* $-2\pi K_D$, K_D *étant la somme des ordres de multiplicité des racines de* $\varphi_\sigma = 0$ *contenues dans le demi-plan positif.*

Il n'est plus nécessaire de connaître les pôles du rapport de transmission de l'élément semi-libre contenu dans le demi-plan positif. La connaissance de ceux du rapport de transmission de l'élément dépendant suffit.

La variation d'argument de $(P_D - 1/P_L)$ se déduit du comportement relatif des points figuratifs de P_D et $1/P_L$. On peut remarquer que, lorsque l'élément dépendant est un régulateur, cet appareil est toujours construit de telle façon qu'il soit stable en lui-même, son rapport de transmission n'a pas de pôles dans le demi-plan positif et $K_D = 0$. Dans ce cas, la stabilité du circuit est assurée si la variation d'argument de $(P_D - 1/P_L)$ est nulle lorsque p décrit le contour de Bromwhich.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Problèmes de calcul des variations liés à la dynamique classique et à la théorie unitaire du champ.* Note [1] de MM. **André Lichnerowicz** et **Yves Thiry**, présentée par M. Élie Cartan.

On rencontre, dans un grand nombre de questions, des systèmes différentiels caractérisant les géodésiques d'une fonction $L(x^i, x'^i, h)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ dépendant d'un paramètre arbitraire h, homogène et de degré 1 par rapport aux x'^i. On se trouve conduit au problème suivant : peut-on trouver une fonc-

---

[1] Séance du 17 février 1947.

tion $F(x^\alpha, x'^\alpha)$ $(\alpha = 0, 1, 2, \ldots, n)$ ne dépendant pas explicitement de x^0, homogène et du premier degré par rapport aux x'^α et dont les géodésiques donnent une représentation paramétrique pour l'ensemble des géodésiques de L correspondant aux différentes valeurs de h? (²).

1. Considérons donc l'intégrale relative à une métrique finslérienne

$$\int F(x^i, x'^i, x'^0)\, du, \tag{1}$$

la dérivée seconde $\partial_{00} F$ étant supposée différente de zéro. Le système différentiel aux géodésiques admet l'invariant intégral relatif défini par

$$\omega = \sum_i \partial_i F\, \delta x^i + \partial_0 F\, \delta x^0, \tag{2}$$

et l'intégrale première

$$\partial_0 F = h. \tag{3}$$

Considérons la famille de géodésiques G_h associée à une certaine valeur de la constante h. Pour ces géodésiques, il vient de (3)

$$x'^0 = \varphi(x^i, x'^i, h),$$

φ étant homogène et de degré 1 par rapport aux x'^i. De (2) résulte pour G_h l'existence de l'invariant intégral tronqué (³)

$$\omega = \sum_i \partial_i F\, \delta x^i.$$

Or, d'après l'homogénéité de F,

$$\sum_i \partial_i F\, x'^i = F - x'^0\, \partial_0 F.$$

Il en résulte que les fonctions x^i correspondant aux géodésiques G_h définissent aussi les géodésiques de l'intégrale $\int L\, du$ où

$$L = F[x^i, x'^i, \varphi(x^i, x'^i, h)] - h\varphi(x^i, x'^i, h). \tag{4}$$

2. Dans le cas où (1) définit une métrique riemannienne

$$F^2 = g_{ij} x'^i x'^j + 2 g_{i0} x'^i x'^0 + g_{00} (x'^0)^2,$$

deux cas peuvent se présenter :

a. Si $g_{00} \neq 0$, on a

$$L = \sqrt{1 - \frac{h^2}{g_{00}}} \sqrt{\gamma_{ij} x'^i x'^j} + \frac{h}{g_{00}} g_{i0} x'^i \qquad \left(\gamma_{ij} = g_{ij} - \frac{g_{i0} g_{j0}}{g_{00}}\right), \tag{5}$$

soit la racine carrée d'une forme quadratique plus une forme linéaire.

(²) On a posé $\partial F / \partial x'^\alpha = \partial_\alpha F$.

(³) *Cf.* E. Cartan, *Leçons sur les invariants intégraux*, Paris, 1922, p. 186.

b. Si $g_{00} = 0$, on a

$$(6) \qquad L = h \frac{g_{ij} x'^i x'^j}{2 g_{i0} x'^i} + \frac{1}{2h} g_{i0} x'^i,$$

soit le quotient d'une forme quadratique par une forme linéaire, augmenté de cette forme linéaire elle-même.

En dynamique classique, ces résultats donnent la clé des rapports existant non seulement entre le principe de Hamilton et celui de Maupertuis, mais encore entre le ds^2 d'Eisenhart ([4]) (où $g_{00} = 0$) et le principe de Hamilton. De plus, si un système dynamique de force vive

$$2T = a_{ij} x'^i x'^j + 2 b_i x'^i + 2 T_0$$

admet l'intégrale première $H = \text{const.}$, le principe de Maupertuis introduit la fonction

$$L = \sqrt{(2T_0 + 2U + E) a_{ij} x'^i x'^j} + b_i x'^i.$$

On en déduit que les trajectoires à énergie totale déterminée E sont les géodésiques d'un ds^2 riemannien nouveau

$$ds^2 = \left[(2T_0 + 2U + E) a_{ij} + \frac{b_i b_j}{\alpha} \right] dx^i dx^j + 2 b_i dx^i dx^0 + \alpha (dx^0)^2, \qquad \alpha = \text{const.}$$

3. Étant donnée une fonction $L(x^i, x'^i, h)$, il existe en général une fonction $F(x^i, x'^i, x'^0)$ et une seule satisfaisant au problème que nous nous étions posé. On l'obtient en résolvant par rapport à h l'équation

$$\frac{\partial L}{\partial h} = x'^0, \qquad \text{soit} \qquad h = \psi(x^i, x'^i, x'^0).$$

On a alors

$$F = L[x^i, x'^i, \psi(x^i, x'^i, x'^0)] + x'^0 \psi(x^i, x'^i, x'^0).$$

Par contre si l'on se donne l'ensemble des géodésiques dans l'espace à n dimensions, on peut choisir L à un facteur multiplicatif près fonction arbitraire de h, et il lui correspond une infinité de fonctions F. En relativité générale, la trajectoire d'un point matériel électrisé est donnée par

$$L = \sqrt{a_{ij} x'^i x'^j} - \frac{e}{m} \varphi_i x'^i,$$

où le premier terme représente la métrique riemannienne relativiste et où les φ_i désignent le potentiel-vecteur électromagnétique. La théorie de Kaluza se présente donc comme une application immédiate de la formule (5) qui peut même conduire à étendre cette théorie à des g_{00} non constants.

Nous reviendrons ultérieurement sur la courbure des différents espaces de Finsler ainsi associés les uns aux autres.

([4]) Cf. EISENHART, *Ann. of Math.*, 30, 1929, p. 591.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Oscillations d'un liquide pesant et visqueux dans un tube en U de faible diamètre (II. Vérification expérimentale). Paramètre de similitude. Critère de transition.* Note [1] de M. **Jacques Valensi** et Mlle **Claire Clarion**, présentée par M. Joseph Pérès.

Les mesures effectuées par M. Menneret [2] en 1911 fournissent les éléments pour la vérification expérimentale des calculs exposés dans une Note précédente de l'un des auteurs.

M. Menneret a étudié expérimentalement les oscillations de différents liquides dans des tubes en U de différents diamètres, et a trouvé deux régimes possibles d'oscillation périodiques et amortis, qu'il a empiriquement assimilés, le premier au régime laminaire de Poiseuille et le deuxième au régime turbulent de Blasius. Le premier régime correspond dans les expériences de M. Menneret à une valeur de l'amortissement A (rapport de deux élongations maxima successives de même sens), supérieure à 5, et le deuxième à une valeur de l'amortissement (pour une amplitude très petite d'oscillation) inférieure à 1,85.

M. Menneret trouve expérimentalement pour le f de l'équation (3) de la Note précédente, l'expression $8\pi\mu$. La différence avec la valeur théorique $5,784\pi\mu$ est vraisemblablement due aux pertes de charge dans les coudes, qui augmentent l'amortissement et le coefficient f [3].

L'existence des deux régimes laminaire et turbulent a été expliquée théoriquement dans la Note précédente.

Le tableau où l'on trouvera les notations de la Note précédente rassemble la totalité des mesures de M. Menneret relatives au premier régime. Il y a été ajouté les valeurs théoriques de $\log A$ et de ω/ω_p correspondant à

$$R\sqrt{\frac{2\lambda}{\nu}} = 2,405;$$

ainsi que celles du paramètre de similitude $R^2(\omega_p/\nu)$.

Les mesures de Menneret relatives au deuxième régime montrent que les valeurs expérimentales de $R\sqrt{(2\lambda/\nu)}$ encadrent la valeur théorique 5,52, qui

---

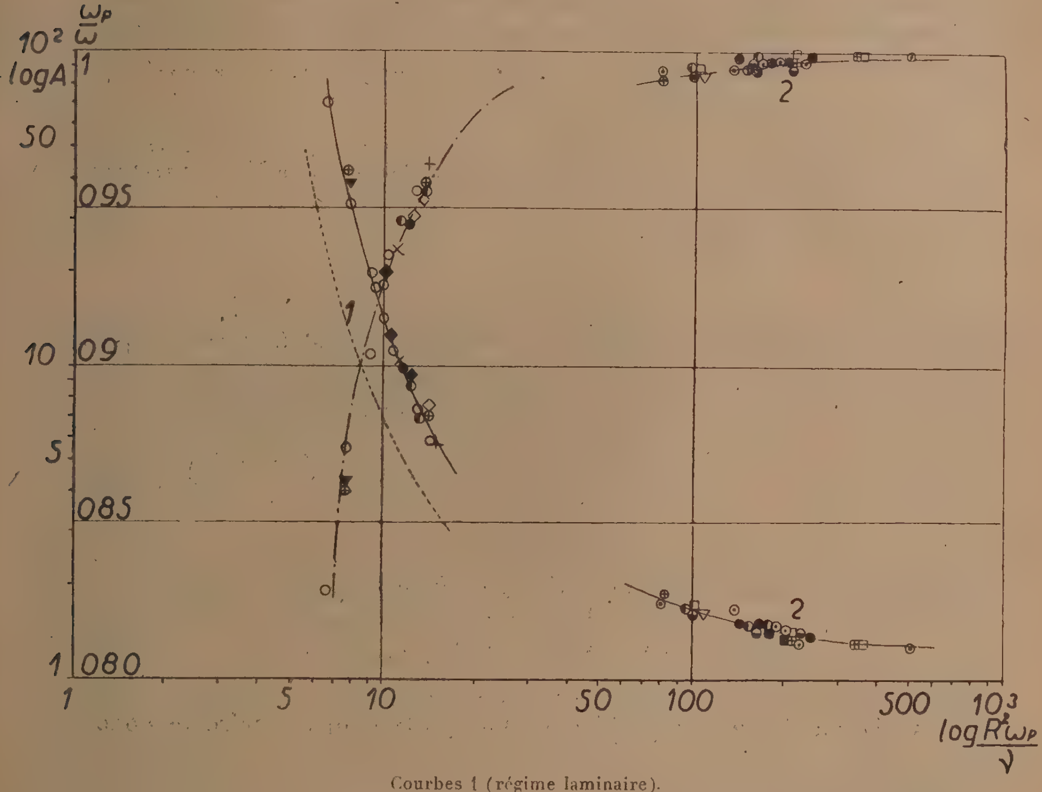
(1) Séance du 10 février 1947.

(2) Thèse de doctorat ès sciences physiques, Paris, 1911 : *Mouvement oscillatoire et mouvement uniforme des liquides dans les tubes cylindriques. Coefficient de frottement interne.* Imprimerie Allier Frères, Grenoble, 1911.

(3) Si dans les expression (1) de la Note précédente on remplace $R\sqrt{2\lambda/\nu}$ non par la valeur théorique 2,405 correspondant au premier régime, mais par les valeurs de $R\sqrt{2\lambda/\nu}$ données par l'expérience dans le premier régime, on trouve très approximativement $f = 8\pi\mu$, mais alors la condition de nullité de la vitesse à la paroi n'est pas satisfaite.

correspondrait, pour un écoulement laminaire, à un profil de vitesse inadmissible. Le deuxième régime de Menneret est donc bien un régime turbulent.

On a porté dans la figure, respectivement, $\log A$ ou $\log A_0$ (deuxième



Courbes 1 (régime laminaire).

Trait plein : $\log A = f_1\left(\log R^2\frac{\omega_p}{\nu}\right)$; *trait mixte* : $\frac{\omega}{\omega_p} = \varphi_1\left(\log R^2\frac{\omega_p}{\nu}\right)$ d'après les expériences de Menneret; l'équation de ces courbes correspond à $R\sqrt{\frac{2\lambda}{\nu}} = 2,812$, moyenne arithmétique des valeurs expérimentales, avec $\lambda^2 + \omega^2 = \omega_p^2$; *pointillé* : $\log A = F\left(\log R^2\frac{\omega_p}{\nu}\right)$ d'après la théorie.

Courbes 2 (régime turbulent).

Trait plein : $\log A_0 = f_2\left(\log R^2\frac{\omega_p}{\nu}\right)$; *trait mixte* : $\frac{\omega}{\omega_p} = \varphi_2\left(\log R^2\frac{\omega_p}{\nu}\right)$.

régime), en fonction de $\log R^2(\omega_p/\nu)$, et ω/ω_p en fonction de $\log R^2(\omega_p/\nu)$, en utilisant toutes les mesures de M. Menneret dans le premier et le deuxième régime. Les points expérimentaux se trouvent répartis sur deux courbes I et II correspondant l'une au régime laminaire et l'autre au régime turbulent, ce qui prouve bien que $R^2(\omega_p/\nu)$ est le paramètre de similitude dans le mouvement oscillatoire d'un fluide visqueux.

Entre les courbes I et II se trouve une région critique, qui correspond à la

coexistence des deux régimes d'oscillation, le passage de l'un à l'autre s'effectuant d'une manière discontinue.

Le domaine critique est caractérisé par $R^2\omega_p/\nu$ compris entre 20 et 70.

La condition $20 \leq R^2(\omega_p/\nu) \leq 70$ permet de calculer la gamme des fréquences de pulsation du jet que l'on observe dans l'écoulement dit stationnaire des liquides, dans un tube cylindrique de faible diamètre, au régime critique.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *De la circulation dans un fluide visqueux incompressible.* Note [1] de M. **Ion Cârstoiu**, présentée par M. Henri Villat.

1. Considérons la circulation

$$C_L = \int_L u\,dx + v\,dy + w\,dz \tag{1}$$

le long d'une ligne fluide fermée L, à l'instant t, dans un fluide visqueux incompressible, en mouvement par rapport à un système d'axes fixes $Oxyz$. En supposant les forces de masse conservatives, on a les équations

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial x} + \nu\Delta u, \quad \ldots \tag{2}$$

Soient

$$x = x(\lambda, t), \quad \ldots$$

les équations de la ligne L. Le potentiel Q étant supposé uniforme, on a

$$\frac{dC_L}{dt} = \nu \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left(\Delta u \frac{\partial x}{\partial \lambda} + \Delta v \frac{\partial y}{\partial \lambda} + \Delta w \frac{\partial z}{\partial \lambda} \right) d\lambda. \tag{3}$$

La variation de la circulation dans l'unité de temps représente donc le travail du vecteur $\nu \Delta \vec{V} = -\nu \,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{V}$, le long de la ligne L.

Supposons qu'on puisse avoir

$$\Delta u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \Delta v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \Delta w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \tag{4}$$

ou, si l'on veut, que le vecteur tourbillon soit une fonction harmonique

$$\Delta\xi = \Delta\eta = \Delta\zeta = 0. \tag{5}$$

Cela revient à dire, dans les hypothèses déjà admises, que les accélérations dépendent d'un potentiel. Dans ce cas, $C_L =$ const., et l'on peut énoncer que, *l'existence d'un potentiel uniforme pour les accélérations dans un fluide visqueux incompressible, a comme conséquence la constance (par rapport au temps) de la circulation*. Le théorème de Lord Kelvin reste donc valable, pour ces cas particuliers de mouvements. Il semble qu'on ne l'ait pas encore remarqué.

2. On peut retrouver ce résultat de la façon suivante. Introduisons les

(1) Séance du 17 février 1947.

variables de Lagrange. Les équations (2) deviennent

(6) $$\left(\frac{du}{dt} - \nu\,\Delta u\right)\frac{\partial x}{\partial a} + \left(\frac{dv}{dt} - \nu\,\Delta v\right)\frac{\partial y}{\partial a} + \left(\frac{dw}{dt} - \nu\,\Delta w\right)\frac{\partial z}{\partial a} = \frac{\partial Q}{\partial a}, \quad \ldots.$$

Intégrons par rapport au temps. Il vient

(7) $$u\frac{\partial x}{\partial a} + v\frac{\partial y}{\partial a} + w\frac{\partial z}{\partial a} - u_0 - \alpha = \frac{\partial \chi}{\partial a}, \quad \ldots$$

avec

$$\alpha = \nu\int_{t_0}^{t}\left(\Delta u\frac{\partial x}{\partial a} + \Delta v\frac{\partial y}{\partial a} + \Delta w\frac{\partial z}{\partial a}\right)dt, \quad \ldots,$$

$$\chi = \int_{t_0}^{t}\left(Q + \frac{1}{2}V^2\right)dt.$$

Les trois équations (7) généralisent les équations de Weber [2]. En multipliant ces équations par da, db, dc et en ajoutant, on obtient

(8) $$u\,dx + v\,dy + w\,dz - (u_0\,da + v_0\,db + w_0\,dc) = d\chi + \alpha\,da + \beta\,db + \gamma\,dc.$$

La variation de la circulation est donc donnée par

(9) $$C_L - C_{L_0} = \int_L \alpha\,da + \beta\,db + \gamma\,dc.$$

Pour que la circulation se conserve dans le temps, il faut que le second membre de (9) soit une différentielle totale exacte. Donc, le vecteur tourbillon doit être une fonction harmonique.

3. Il y a une catégorie importante de mouvements, où cette circonstance se présente. En effet, *dans le mouvement lent permanent d'un fluide visqueux incompressible, le vecteur tourbillon est une fonction harmonique.* **On en conclut** *que la circulation se conserve dans le temps et que, par suite, les théorèmes de la Mécanique des fluides parfaits s'y appliquent.*

HYDRAULIQUE — *Questions relatives à l'équilibre des membranes d'épaisseur variable; application à la théorie des barrages.* Note de M. **Henri Pailloux**, présentée par M. Henri Béghin.

L'étude de la forme d'un barrage de retenue d'eau se fait en recherchant une solution exacte des équations de l'élasticité qui satisfasse plus ou moins à certaines conditions aux limites, ou par emploi direct des raisonnements de la résistance des matériaux. Il est utile pour aborder le calcul de faire certaines hypothèses simplificatrices. Nous nous sommes proposé de faire

---

[2] Voir, par exemple, Paul Appell, *Traité de Mécanique rationnelle*, t. III, 3e éd., 1928, pp. 343-344.

l'étude des barrages dont l'épaisseur pouvait être négligée vis-à-vis des autres dimensions. Le problème se pose ainsi :

I. Déterminer la forme d'une membrane de faible épaisseur et le système des tensions en chaque point, de telle manière qu'elle soit en équilibre sous l'action d'une pression hydrostatique et de son poids, la surface étant parfaitement souple et ne pouvant en conséquence qu'offrir des tensions tangentes. Ce sont des conditions importantes pour un massif de maçonnerie. Nous avons laissé de côté la répartition réelle des efforts dans l'épaisseur faible de cette paroi.

Ainsi, parmi les barrages cylindriques à génératrices horizontales et d'épaisseur constante, en équilibre dans les conditions ci-dessus, on trouve celui dont la section droite est un cercle orthogonal à la surface libre, sous réserve de choisir convenablement la densité. Un inconvénient de cette sorte de barrage est son équilibre à vide ou lorsqu'il est partiellement plein.

Le problème I est énoncé sous une forme trop peu précise; car, pour une forme de surface donnée à priori, il est possible de déterminer la distribution des tensions moyennant des conditions de contour, mais c'est un problème difficile. Aussi semble-t-il préférable de faire des hypothèses sur la distribution des tensions dans la membrane.

II. Nous avons commencé par étudier l'équilibre d'une portion de surface sous son propre poids (barrage à vide) de façon que toute tranche isolée définie par deux lignes de pente soit en équilibre en adjoignant aux poids des tensions, seulement aux extrémités. On montre que, pour un tel barrage, l'inclinaison du plan tangent sur la verticale est la même dans toute section horizontale. Il est naturel, au cours du calcul, de faire une hypothèse supplémentaire : l'épaisseur du barrage est constante dans toute section horizontale. D'où il résulte que la tension unitaire relative à une telle section ne dépend que de la cote. La solution comporte néanmoins un arbitraire considérable.

Parvenant au cas du barrage plein (problème I), nous faisons, pour les tensions unitaires en un point, l'hypothèse qu'elles sont normales à la coupure correspondante. Comme précédemment, il est intéressant de supposer que l'épaisseur du barrage ne dépend que de la cote, d'où résulte encore que la tension unitaire ne dépend que de la cote. Le problème n'est pas déterminé.

Nous admettons alors finalement que la membrane satisfait à vide aux conditions du problème II, et à plein aux conditions du problème I. L'arbitraire diminue considérablement, et le problème se ramène à résoudre une équation différentielle du troisième ordre assez compliquée (ou les trois équations du premier ordre qui définissent l'inclinaison du plan tangent, l'épaisseur de la membrane, et la tension unitaire dans le barrage à plein, en fonction de la cote). L'équation étant supposée intégrée, il reste, pour déter-

miner la forme de la surface, à intégrer une équation aux dérivées partielles

$$p^2+q^2=F(z),$$

ce qui est aisé par la méthode des caractéristiques. On peut aussi se borner à rechercher l'intégrale de révolution.

HYDRAULIQUE. — *Calcul d'une chambre d'équilibre à étranglement dont le canal d'amenée capte un débit d'apport intermédiaire par un puits de section négligeable en tenant compte des pertes de charge. Application à l'usine d'Olette.* Note ([1]) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Dans une Note récente ([2]) nous traitions le même problème, en l'absence d'étranglement et de pertes de charge. La figure 1 représente le système étudié

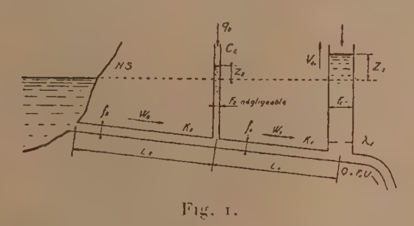


Fig. 1.

dans lequel la section F_2 du puits de captation du débit d'apport q_2 est négligeable et précise certaines notations : il existe des pertes de charge $P_1=K_1W_1^2$ et $P_2=K_2W_2^2$ dans les deux tronçons du canal d'amenée et $R_2=\lambda_1F_1^2V_1^2$ dans l'étranglement.

1° Si l'on pose

$$T'=2\pi\sqrt{\left(\frac{L_1}{f_1}+\frac{L_2}{f_2}\right)\frac{F_1}{g}},\qquad Z'_*=U_0\frac{T'}{2\pi},$$

$$Q_0=FU_0=f_1W_{01}=f_2W_{02},\qquad q_2=f_2W_{a2},$$

$$P_{01}=K_1W_{01}^2,\qquad P_{02}=K_2W_{02}^2,\qquad R_0=\lambda_1F_1^2V_0^2,$$

$$z_1=\frac{Z_1}{Z'_*},\qquad t'=\frac{t}{T'},\qquad z_2=\frac{Z_2}{Z'_*},\qquad v_1=\frac{V_1}{V_0},\qquad w_1=\frac{W_1}{W_{01}},\qquad w_2=\frac{W_2}{W_{02}},$$

$$p_{01}=\frac{P_{01}}{Z'_*},\qquad p_{02}=\frac{P_{02}}{Z'_*},\qquad r_0=\frac{R_0}{Z'_*},$$

on établit aisément les relations suivantes :

$$v_1\frac{dv_1}{dz_1}+\frac{1}{2\pi}\frac{du}{dt'}+z_1+\varepsilon_2p_2+\varepsilon_1p_1+\varepsilon'r=0,$$

$$w_1=v_1+u,\qquad w_2=v_1+u-w_{a2},$$

$$p_1=p_{01}w_1^2,\qquad p_2=p_{02}w_2^2,\qquad r=r_0v_1^2,$$

([1]) Séance du 10 février 1947.

([2]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 185.

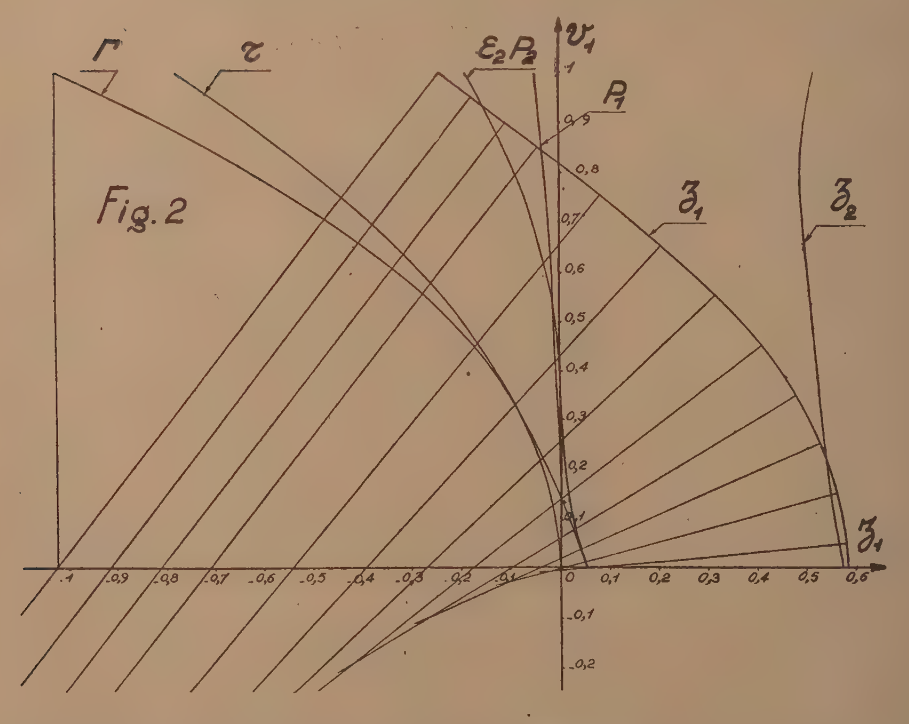
ε_1, ε_2, ε' ayant pour valeur absolue l'unité et pour signes respectivement ceux de w_2, w_1, v_1.

2° *Étude d'une fermeture complète instantanée du débit* Q_0 *des turbines.* — On a, dans ce cas

$$u = \frac{du}{dt'} = 0, \qquad w_1 = v_1, \qquad w_2 = v_1 - w_{a2},$$
$$p_1 = p_{01} v_1^2, \qquad p_2 = p_{02}(v_1 - w_{a2})^2, \qquad r = r_0 v_1^2,$$
$$v_1 \frac{dv_1}{dz_1} + z_1 + \varepsilon_2 p_{02}(v_1 - w_{a2})^2 + (\varepsilon_1 p_{01} + \varepsilon' r_0) v_1^2 = 0,$$

équation qui peut être résolue par la méthode graphique habituelle, compte tenu des conditions initiales

$$v_1 = 0, \qquad w_1 = 1, \qquad w_2 = 1 - w_{a2},$$
$$p_1 = p_{01}, \qquad p_2 = p_{02}(1 - w_{a2})^2, \qquad r = r_0, \qquad \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \varepsilon' = +1,$$
$$z_1 = -p_{02}(1 - w_{a2})^2 - p_{01}, \qquad \left(\frac{dv_1}{dz_1}\right)_0 = -r_0,$$
$$\left|\left(\frac{d^2 v_1}{dz_1^2}\right)\right|_0 = |1 - r_0[r_0 + 2p_{01} + 2p_{02}(1 - w_{a2})]|.$$



La figure 2 donne l'application de cette construction graphique à l'étude de la première montée du plan d'eau dans la chambre de l'Usine d'Olette, de la S. N. C. F., la courbe Γ donnant $\varepsilon_2 p_2 + \varepsilon_1 p_1 + \varepsilon' r$ en fonction de v_1.

3° *Étude d'une ouverture instantanée, de zéro à* Q_0 *du débit des turbines.* —

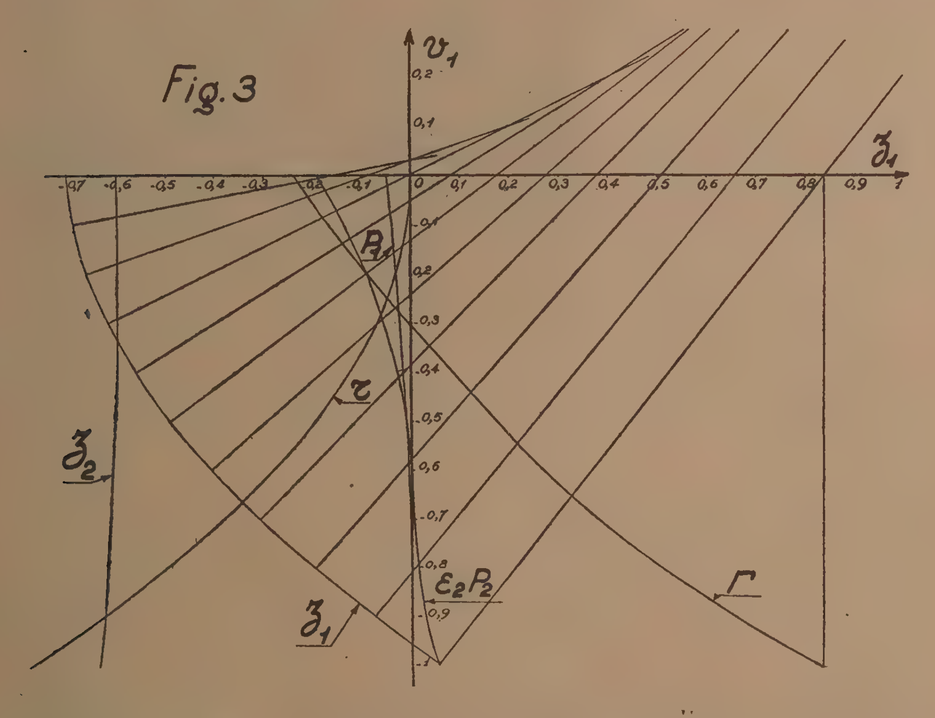
On a, dans ce cas, pendant toute la première descente,

$$u = 1, \quad \frac{du}{dt'} = 0, \quad w_1 = v_1 + 1, \quad w_2 = v_1 + 1 - w_{a2},$$
$$p_1 = p_{01}(v_1 + 1)^2, \quad p_2 = p_{02}(v_1 + 1 - w_{a2})^2, \quad r = r_0 v_1^2,$$
$$v_1 \frac{dv_1}{dz_1} + z_1 + \varepsilon_2 p_2 + p_1 - r = 0,$$

ε_2 ayant le signe de $1 - w_{a2}$, avec les conditions initiales

$$w_1 = 0, \quad v_1 = -1, \quad w_2 = -w_{a2}, \quad z_1 = z_2 = p_{02} w_{a2}^2,$$
$$p_1 = 0, \quad p_2 = p_{02} w_{a2}^2, \quad r = r_0, \quad \varepsilon_2 = -1,$$
$$\left(\frac{dv_1}{dz_1}\right)_0 = -r_0, \quad \left|\frac{d^2 v_1}{dz_1^2}\right| = |1 - r_0^2 - 2p_{02} w_{a2} r_0|.$$

Le problème se résout alors graphiquement, par le procédé classique des



normales; la figure 3 montre la construction de la courbe (z_1, v_1) durant la première descente du plan d'eau, dans la chambre d'Olette, la courbe Γ donnant $\varepsilon_2 p_2 + p_1 - r$ en fonction de v_1.

RELATIVITÉ. — *Sur les théorèmes généraux de la dynamique.* Note (¹) de M. **Olivier Costa de Beauregard.**

Lemme. — *Étant donné, par définition, un système de* N *torseurs formés chacun d'un quadrivecteur glissant* $p^i_{(r)}$ *dit* résultante *et d'un tenseur antisymétrique* $s^{ij}_{(r)}$ *dit* couple, *il est possible de définir univoquement un torseur formé d'un quadrivecteur glissant*

$$P^i = \sum p^i, \tag{1}$$

et d'un couple $S^{ij} \equiv - S^{ji}$ *satisfaisant à la condition*

$$S^{ij} P_j = 0, \tag{2}$$

de telle manière qu'on ait, quelle que soit l'origine des espaces-temps,

$$X^j P^i - X^i P^j + S^{ij} = \sum [x^j p^i - x^i p^j + s^{ij}], \tag{3}$$

$$(i, j, k, l = 1, 2, 3, 4).$$

En effet, les (2) et (3) constituent un système de 10 équations linéaires, dont 9 seulement sont indépendantes, par rapport aux 10 inconnues X^i et S^{ij}; si, par exemple, P^i est du genre temps, dans un repère galiléen *propre* $\mathcal{G}_0$ de ce quadrivecteur, les trois S^{u4}_0 sont nulles en vertu de (2), et les (3) s'écrivent

$$X^u_0 P^4_0 = \sum [x^u_0 p^4_0 - x^4_0 p^u_0 + s^{4u}_0], \qquad S^{uv}_0 = \sum [x^v_0 p^u_0 - x^u_0 p^v_0 + s^{uv}_0];$$

$(u, v = 1, 2, 3)$; des dix inconnues, X^4_0 reste indéterminée.

Maintenant, si les N quadrivecteurs p^i sont non plus glissants, mais liés, il est possible de lier aussi le quadivecteur P^i moyennant la 10ᵉ équation

$$X^i P_i = \sum x^i p_i, \tag{4}$$

qui, dans le repère $\mathcal{G}_0$, s'écrit

$$X^4_0 P_{04} = \sum x^i_0 p_{0i};$$

par définition, l'instant-point X^i sera dit *barycentre d'Univers* du système des N torseurs.

Théorèmes. — *Reprenons alors les équations* (4) *et* (5) *de notre précédente Note* (²), *valables pour un système de points en interaction, mais non soumis à des forces extérieures; considérant le double système de torseurs* p^i, s^{ij} *d'une part,* $T^{ik} \delta u_k$, $\sigma^{ijk} \delta u_k$ *d'autre part, ces équations montrent que, tous les torseurs élémen-*

(¹) Séance du 3 février 1947.

(²) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 333.

taires variant en fonction du paramètre θ, *le torseur résultant est conservatif*. I, *sa résultante* P^i, *dite* impulsion-masse totale *ou, fictivement*, impulsion-masse du barycentre, *est constante en grandeur;* II, *la ligne d'action de cette résultante est fixe dans l'Univers, et mérite ainsi le nom de* trajectoire du barycentre; III, *le couple* S^{ij}, *dit* moment cinétique-moment barycentrique ([3]) autour du barycentre *ou encore, fictivement,* spin du barycentre, *est constant.*

Le théorème I, pour $i=4$, contient à la fois le théorème (et non plus le principe) de la conservation de la masse totale du système *points + champ*, et le théorème des forces vives; pour ce dernier, les deux précisions nouvelles relativement à la mécanique newtonienne sont la loi de distribution de l'énergie potentielle dans le champ, et la fixation de la constante d'intégration. Pour $i=1$, 2, 3, on a le théorème de l'impulsion sous une forme généralisée, s'accompagnant du rejet du principe de l'égalité à distance de l'action et de la réaction, et admettant la notion d'une impulsion potentielle distribuée dans le champ.

D'après le théorème II, le barycentre du système *points + champ* est animé d'un mouvement rectiligne et uniforme. Dans l'Univers, la quadrivitesse du barycentre en translation rectiligne uniforme, et fictivement doué d'impulsion-masse et de spin, est colinéaire à l'impulsion-masse ([4]).

Le théorème III, pour i, $j=u$, $v=1$, 2, 3, généralise le théorème du moment cinétique et, pour $i, j=u, 4$, il répète les mêmes énoncés relativement au moment barycentrique; le spin S^{ij} du barycentre apparaît comme la somme d'un terme lié aux points et d'un terme distribué dans le champ; à son tour, chacun de ces termes est la somme d'un terme *orbital* et d'un terme *propre*.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Algorithmes et théories physiques.* Note de M. **Michel Cazin**.

Dans une série de Notes ([1]) nous avons défini un calcul vectoriel gauche et montré qu'il permettait de résoudre toutes les questions d'ordre cinématique et cinétique concernant les mouvements relatifs en mécanique ondulatoire. La réussite de ce calcul demande à être expliquée : la présente Note est un premier pas vers ce but.

1. Nous appellerons :

Équipollence par rapport à une opération interne n-aire dans un ensemble E,

---

([3]) Pour la définition de cette notion, voir notre *Théorie des milieux continus doués d'une densité de moment cinétique propre* (*Journ. de Math.*, XXII, 2, 1943, p. 121).

([4]) Cette remarque trouve son application en mécanique ondulatoire des particules à spin, dans la théorie de l'onde plane monochromatique.

([1]) *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 992, 1079 et 1207.

une relation d'équivalence complètement régulière et complètement simplifiable par rapport à cette opération.

Équipollence par rapport à une opération externe, une relation d'équivalence régulière et simplifiable par rapport à cette opération; une équivalence sera dite une *équipollence* par rapport à p opérations externes et à q opérations internes respectivement n_1-aire, n_2-aire, ..., n_q-aire, si elle est une équipollence par rapport à chacune de ces opérations.

Algorithme simple, un triple (E, Ω, =) constitué par un ensemble E, une opération interne n-aire conditionnelle ou non Ω et une relation d'équipollence = par rapport à cette opération Ω.

Algorithme à ensemble fondamental, un quadruple (E, $\mathcal{F}$, $\mathcal{O}$, =) constitué par un ensemble E dit ensemble fondamental, une famille $\mathcal{F}$ d'ensembles auxiliaires, un ensemble $\mathcal{O}$ d'opérations généralisées définies sur E, une relation d'équipollence = par rapport aux opérations de l'ensemble $\mathcal{O}$.

Algorithme complexe, un quadruple ($\mathcal{E}$, $\mathcal{F}$, $\mathcal{O}$, $\mathcal{S}$) constitué par une famille d'ensembles fondamentaux $\mathcal{E}$, une famille $\mathcal{F}$ d'ensembles auxiliaires par rapport aux ensembles de la famille $\mathcal{E}$, un ensemble $\mathcal{O}$ d'opérations généralisées définies chacune sur un des ensembles de la famille $\mathcal{E}$, un ensemble $\mathcal{S}$ d'équipollences définies chacune sur un des ensembles de la famille $\mathcal{E}$ et par rapport aux opérations de l'ensemble $\mathcal{O}$ qui sont définies sur l'ensemble correspondant.

Sur les algorithmes entendus en ce sens, se posent les mêmes questions que sur les groupes et les algèbres, notamment les questions d'isomorphisme et d'homomorphisme, de représentation et de décomposition; mais les complications sont plus grandes. Le problème de décomposition se scinde en deux problèmes successifs : 1° un algorithme étant donné, examiner s'il est possible de le décomposer en produits d'algorithmes à ensembles fondamentaux; 2° dans le cas où des facteurs de la décomposition sont des algorithmes à ensemble fondamental, étudier la décomposition de ces facteurs.

2. Une théorie physique sera dite *contenir un algorithme* si, dans cette théorie, on peut trouver un quadruple ($\mathcal{E}$, $\mathcal{F}$, $\mathcal{O}$, $\mathcal{S}$) qui constitue un algorithme. Une théorie physique sera dite *posséder une structure formelle* s'il existe une théorie partielle de cette théorie qui constitue un algorithme ayant une certaine structure.

Un algorithme sera dit *sous-tendre* une théorie physique Th s'il existe une théorie partielle de cette théorie Th qui soit isomorphe à l'algorithme considéré. Un algorithme sera dit *sous-tendre complètement* une théorie, s'il est un algorithme maximal sous-tendant cette théorie, c'est-à-dire que cet algorithme ne peut pas être algorithme partiel d'un algorithme qui sous-tend la même théorie; on peut établir alors que *pour toute théorie physique, il existe un algorithme maximal qui la sous-tend*. Par suite, *la structure formelle d'une théorie physique sera la structure de l'algorithme qui la sous-tend complètement*.

3. Le terme de théorie englobante étant pris dans le sens que lui donne

M. J.-L. Destouches ([2]), c'est-à-dire de théorie contenant tous les termes et tous les énoncés des théories qu'elle englobe, on peut établir le théorème suivant : *une théorie physique englobante, lorsqu'elle existe, contient toutes les structures formelles des théories qu'elle englobe.* Il en résulte que la structure formelle d'une théorie englobante est formée par la réunion des structures des théories englobées.

Comme l'a indiqué Mme Destouches-Février ([3]), la condition nécessaire et suffisante pour qu'une théorie nouvelle Th remplace une théorie ancienne Th_0 est qu'elle possède un domaine d'adéquation D qui contienne celui de Th_0, soit D_0 ; dans ce cas, Th est dite *meilleure* que Th_0. Nous avons alors ce théorème : *Si une théorie physique* Th *est meilleure qu'une théorie* Th_0, *l'algorithme* A *sous-tendant complètement* Th *contient un algorithme partiel* A_1 *qui est au moins aussi faible qu'un algorithme* A_0 *sous-tendant* Th_0 ; *de plus, ou bien il existe un algorithme* A_2 *sous-tendant* Th, *dit maximal par rapport à* A_0, *qui a même structure que* A_0 ; *ou bien, s'il a une structure plus faible, il n'existe pas d'algorithme ayant une structure moins faible que* A_2, *au plus identique à celle de* A_0, *et qui sous-tende* Th. En particulier, A_0 peut être l'algorithme sous-tendant complètement Th_0.

Ce théorème établit de quelle manière les structures formelles des théories physiques subsistent en s'affaiblissant dans les théories ultérieures. C'est ainsi qu'en mécanique ondulatoire, le calcul vectoriel de la mécanique classique s'affaiblit en un calcul non commutatif, dit calcul vectoriel gauche.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Calcul tensoriel gauche.* Note de Mlle JEANNINE VIARD.

1. On a vu ([1]) que par rapport à un repère non commutatif non holonome, un vecteur $\vec{x}$ peut s'exprimer soit par ses composantes droites x^i_d, soit par ses composantes gauches x^i_g. Si l'on considère un changement de base faisant passer d'un repère $\{\vec{e}_i\}$ à un autre repère $\{\vec{\mathrm{E}}_j\}$ non commutatif non holonome, et le changement inverse, définis par

$$\vec{e}_i = \alpha^j_{i,d}\,\vec{\mathrm{E}}_j = \vec{\mathrm{E}}_j\,\alpha^j_{i,g}, \qquad \vec{\mathrm{E}}_j = \beta^i_{j,d}\,\vec{e}_i = \vec{e}_i\,\beta^i_{j,g},$$

les composantes droites et gauches d'un vecteur $\vec{x}$ se transforment dans le changement de base précédent, suivant

$$x^i_d = \mathrm{X}^j_d\,\beta^i_{j,d}, \qquad x^i_g = \beta^i_{j,g}\,\mathrm{X}^j_g, \qquad \mathrm{X}^j_d = x^i_d\,\alpha^j_{i,d}, \qquad \mathrm{X}^j_g = \alpha^j_{i,g}\,x^i_g.$$

([2]) *Essai sur l'unité de la Physique théorique* (Thèse de Doctorat ès lettres, Paris, 1938); *Principes fondamentaux de Physique théorique*, 1, p. 128.

([3]) *Essai sur la structure des théories physiques*, Thèse, Paris, 1945.

([1]) M. CAZIN et J. VIARD, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 452.

Les x_d^i et x_g^i sont dites *composantes droites et gauches contravariantes* du vecteur $\vec{x}$ par rapport à la base $\{\vec{e}_i\}$.

On définit aussi pour un vecteur quelconque $\vec{x}$ des *composantes droites et gauches covariantes* par

$$x_{d,i} = (\vec{x} . \vec{e}_i), \qquad x_{g,i} = (\vec{e}_i . \vec{x});$$

ces composantes se transforment dans le changement de base par

$$x_{d,i} = X_{d,j}\alpha^j_{i,g}, \qquad x_{g,i} = \alpha^j_{i,d} X_{g,j}.$$

Entre les composantes covariantes et contravariantes d'un vecteur, on a les relations

$$x_{d,i} = x_d^j g_{ji}, \qquad x_{g,i} = g_{ij} x_g^j \qquad \text{avec} \quad g_{ij} = (\vec{e}_i . \vec{e}_j).$$

Le produit scalaire de deux vecteurs a alors pour expression

$$(\vec{x} . \vec{y}) = x_d^i y_{g,i} = x_{d,j} y_g^j.$$

On définit le produit tensoriel (ou produit kroneckerien) d'un espace E_n à n dimensions par lui-même; les vecteurs de base de l'espace produit sont $\vec{e}_{ij} = \vec{e}_i \odot \vec{e}_j$. Lors d'un changement de base dans l'espace composant les transformations, des vecteurs de base de l'espace produit peuvent se mettre sous deux formes différentes

$$\vec{e}_{ij} = \vec{e}_i \odot \vec{e}_j = \alpha^k_{i,d} \vec{E}_k \odot \vec{E}_l \alpha^l_{j,g} = \alpha^k_{i,d} \vec{E}_{kl} \alpha^l_{j,g},$$
$$\vec{e}_{ij} = \vec{e}_i \odot \vec{e}_j = \vec{E}_k \alpha^k_{i,g} \odot \alpha^l_{j,d} \vec{E}_j.$$

Ceci conduit à diviser les ensembles d'éléments à deux indices, qui sont en théorie classique des tenseurs du second ordre, en trois catégories distinctes :

1° *Les tenseurs vectoriels* du second ordre qui sont des vecteurs de l'espace produit;

2° *les tenseurs vrais* du second ordre qui seront dits *covariants* ou *contravariants* si, dans le changement de base précédent, leurs composantes se transforment respectivement suivant

$$t_{ij} = \alpha^k_{i,d} T_{kl} \alpha^l_{j,g} \quad \text{ou} \quad t^{ij} = \beta^i_{k,g} T^{kl} \beta^i_{l,d};$$

ils seront dits *mixtes* s'ils se transforment suivant

$$t_i{}^j = \alpha^k_{i,d} T_k{}^l \beta^j_{l,d} \quad \text{ou} \quad t^i{}_j = \beta^i_{k,g} T^k{}_l \alpha^l_{j,g};$$

3° *les quantités tensorielles*, qui se présentent comme des ensembles de produits, et qui seront dites *covariantes* ou *contravariantes* si elles se transforment dans le changement de base respectivement selon

$$u_i v_j = U_k \alpha^k_{i,g} \alpha^l_{j,d} V_l \quad \text{ou} \quad u^i v^j = U^k \beta^i_{k,d} \beta^j_{l,g} V^l;$$

enfin elles seront dites *mixtes* si elles se transforment selon

$$u_i v^j \rightleftharpoons U_k \alpha^k_{i,j} \beta^j_{l,g} V^l \qquad \text{ou} \qquad u^i v_j \rightleftharpoons U^k \beta^i_{k,d} \alpha^l_{j,d} V_l.$$

A ces types tensoriels on peut associer des éléments *cotensoriels* par échange des indices i et j dans les formules de transformation; leur variance est différente.

3. Sur les trois catégories d'expressions précédentes ayant des variances tensorielles on définit les opérations habituelles sur les tenseurs avec des propriétés particulières :

La somme (ou la différence) de deux tenseurs vectoriels, le produit à gauche ou à droite d'un tenseur vectoriel par un opérateur scalaire donnent un tenseur vectoriel de même variance. Le produit scalaire de deux tenseurs vectoriels est le produit scalaire de deux vecteurs de l'espace produit.

La somme (ou la différence) de deux tenseurs vrais de même variance est un tenseur vrai de même variance. Le produit d'un tenseur vrai par un opérateur scalaire n'est plus un tenseur vrai. Au contraire, on montre que la somme (ou la différence) de deux quantités tensorielles n'est pas une quantité tensorielle, tandis que le produit à gauche ou à droite d'une quantité tensorielle par un opérateur scalaire est une quantité tensorielle de même variance.

On définit encore pour une expression tensorielle mixte l'opération de contraction, appliquée à une quantité tensorielle elle donne un invariant; il n'en est plus de même si on l'applique à un tenseur vrai.

On vérifie que la propriété de symétrie ou d'antisymétrie d'un tenseur ou d'une quantité tensorielle n'est plus une propriété intrinsèque de l'expression tensorielle considérée, mais est relative au repère auquel sont rapportées ses composantes.

PHYSICOLOGIQUE. — *Sur la notion d'adéquation et le calcul minimal de Johansson.*

Note de Mme **Paulette Destouches-Février.**

La notion fondamentale qui, au point de vue de la forme, caractérise une théorie physique, est la notion d'*adéquation relative à un champ expérimental* déterminé. Nous avons défini ailleurs (¹) le *domaine d'adéquation d'une théorie physique*, mais, pour pousser plus en détail les discussions, on doit compléter cette notion globale par une propriété attachée à une proposition d'une manière analogue à une valeur de vérité ou analogue à une modalité.

Soient un champ expérimental C et une théorie physique Th; une proposition p vraie dans cette théorie sera dite *adéquate relativement à* C si son affirmation est en accord avec les résultats de C; la proposition p sera dite *inadéquate relativement à* C si son affirmation est en désaccord avec les résultats de C.

(¹) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 484; *Essai sur la structure des théories physiques*, Thèse, Paris, 1945.

A une proposition p nous ferons correspondre une proposition $\neg p$ telle que $\neg p$ est adéquate si p est inadéquate, de cette façon nous nous ramenons à l'étude des propositions adéquates comme au moyen de la négation on est ramené à l'étude des propositions vraies.

L'adéquation d'une proposition relativement à un champ expérimental C se transmet à certaines propositions obtenues en utilisant des opérations du calcul des propositions, comme la vérité se transmet à d'autres propositions par l'implication; de cette façon on peut introduire une relation binaire d'adéquation, désignée par $\rightarrow_a$, analogue à l'implication, mais elle doit obéir à des règles plus faibles que celles de l'implication du calcul des propositions classique, car peu nombreuses sont les propositions dons l'adéquation résulte automatiquement de propositions données. Ceci permet de définir comme calcul autonome un *calcul de l'adéquation des propositions*. Le principe du tiers exclu n'est pas valable dans ce calcul d'adéquation, car une proposition p peut n'être ni infirmée ni confirmée par les résultats expérimentaux du champ C (qui n'est constitué que par un ensemble fini de résultats). De même, le principe *ex falso sequitur quodlibet* n'est pas valable. Par contre, il paraît convenable de conserver les autres postulats du calcul classique des propositions. *On obtient alors ainsi un calcul isomorphe au calcul minimal de Johansson* ([2]). Ces considérations fournissent donc une interprétation intuitive et une utilisation de ce calcul toute différente de celle envisagée par cet auteur. Mais on est libre de considérer des calculs d'adéquation plus faibles.

2. Quand on considère une théorie physique, des règles de raisonnement sont fixées dans cette théorie, en particulier il y figure un calcul des propositions. Soient une théorie physique Th construite sur un calcul des propositions L, un champ expérimental C et un calcul d'adéquation A.

1° Si toute règle de A est une règle de L, alors toute transmission d'adéquation transmet aussi la vérité, soit

$$p \rightarrow_a q . \rightarrow . p \rightarrow q;$$

2° Si toute règle de L est une règle de A, toute implication transmet l'adéquation; on aura donc l'implication inverse de la précédente;

3° Si les règles de L sont identiques à celles de A, les signes $\rightarrow_a$ et $\rightarrow$ sont équivalents. Dans les cas 2° et 3° aucune inadéquation pour Th ne peut résulter du calcul L, d'où : *Si une théorie physique* Th *est construite sur un calcul des propositions* L *qui n'est pas plus fort que le calcul d'adéquation* A *accepté* (*à partir de considérations expérimentales indépendamment des théories*), *aucune inadéquation de* Th *ne peut résulter de* L, *donc ne peut être atténuée en modifiant* L.

3. Dans le cas 2° on peut renforcer les règles de L pour constituer un calcul L_A ayant mêmes règles que A sans qu'aucune inadéquation en résulte.

([2]) *Compositio mathematica*, 4, 1936, p. 119.

Th devient alors une théorie Th_A dans laquelle les règles de déduction sont plus fortes; le domaine d'adéquation de Th_A contient celui de Th, donc Th_A est au moins aussi bonne que Th (les postulats de Th_A peuvent être plus faibles que ceux de Th pour rétablir l'indépendance): Th_A sera dite *la convertie de* Th *par* A. Ce résultat se généralise et l'on a : *un calcul d'adéquation* A *étant accepté, si une théorie physique est construite sur un calcul des propositions* L *ne contenant pas toutes les règles de* A, *on peut remplacer* Th *par une théorie* Th_A *au moins aussi adéquate que* Th *et construite sur un calcul des propositions plus fort que* L *dont les règles sont au moins celles de* A. Comme dans une théorie physique on recherche le maximum d'enchaînements adéquats, on devra donc effectuer par raison méthodologique la conversion de Th par A dans ce cas, puisque le théorème précédent garantit qu'on n'introduira pas ainsi d'inadéquation, donc *le calcul des propositions le plus faible qui doive être utilisé dans une théorie physique est un calcul* L_A *ayant mêmes règles que le calcul d'adéquation accepté.* Ceci fournit donc une limite à l'affaiblissement des calculs des propositions utilisés dans des théories physiques, ou plus généralement dans des théories à confronter avec des expériences : *tout calcul des propositions distinct de* L_A *utilisé dans une telle théorie sera plus fort que* L_A; *si* L *est distinct du calcul classique* L_0, *alors* L *est plus faible que* L_0. Donc tout calcul L adéquat est compris entre deux limites L_A et L_0.

4. D'après 1, le calcul A est en fait un calcul admettant les règles de Johansson, donc *le calcul des propositions* L_A *est en fait le calcul minimal de Johansson*; ceci justifie le nom donné à son calcul par cet auteur; *toute théorie sera construite en fait sur un calcul des propositions au moins aussi fort que le calcul minimal;* ceci fixe donc une limite de fait pour l'affaiblissement du calcul des propositions d'une théorie physique.

L'adéquation d'une proposition peut également être considérée comme une *modalité* **A** venant modifier les propositions, de même l'inadéquation ⅂.

MÉTROLOGIE. — *Sur un système d'unités pratiques.* Note (¹) de M. **André Martinot-Lagarde**, présentée par M. Albert Pérard.

Si l'on cherche un système pratique d'unités applicable à la fois en mécanique et en électricité, une simplification notable à réaliser consisterait à se limiter à des rapports d'unités qui soient des puissances entières de 1000. A partir du système C. G. S., on est conduit alors à un système fondé sur le kilogramme-masse, le décamètre et la seconde.

Dans ce système, les unités de viscosité et de pression restent les unités C. G. S.; l'unité de puissance est l'hectowatt.

En électricité, la modification correspondante qui semble s'imposer est de

(¹) Séance du 17 février 1947.

prendre pour unité d'intensité l'unité électromagnétique C.G.S.; l'unité de potentiel est alors 10 volts $= 10^9$ E. M. C. G. S.; l'ohm, le farad et le henry sont conservés; les unités de quantité d'électricité et de force magnétomotrice sont les unités E.M.C.G.S. La perméabilité du vide devient 10^{-6} au lieu de 10^{-7} dans le système volt-ampère.

Des unités secondaires sont nécessaires pour la pression, la masse spécifique, et corrélativement pour le volume d'un débit et la viscosité cinématique. Ce seraient pour la pression et la masse spécifique le bar et le kg/dm³, unités 10^6 fois plus grandes; pour le volume d'un débit et la viscosité cinématique, ce seraient le dm³/sec et le stokes, unités 10^6 fois plus petites; on retrouve dans le kg/dm³ et le stokes des unités C. G. S.

Les chaleurs spécifiques ont un ordre de grandeur acceptable, sensiblement 10 pour l'air, à pression constante.

En ne conservant pour les longueurs que les unités de mille en mille, cela conduit les mécaniciens à ne plus prendre comme unité usuelle le millimètre, — unité qui ne s'impose pas puisque les Anglo-Américains emploient le pouce, — et à utiliser comme les physiciens le centimètre, et par suite avec lui le centième de millimètre.

Par comparaison avec le système M. K. S., fondé sur le kilogramme-masse et le mètre, le système ainsi décrit, et qu'on pourrait appeler système TRI C. G. S., présente, outre l'avantage général pris comme point de départ, l'avantage de donner à la pression atmosphérique une valeur égale à une puissance de 1000, de supprimer le facteur 1/10 des lois de l'électromagnétisme, et d'employer une unité de force très voisine du kilogramme-poids.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Cavités et guides d'onde associés à des accélérateurs de corpuscules chargés.* Note (¹) de M. **Théo Kahan.**

Les équations générales d'une cavité de forme et de section (plan x, y) appropriées, conçue en vue de servir à l'accélération de particules chargées, donc ayant à satisfaire à certaines conditions d'excitation et de vitesse de propagation (sens $O + z$), ont pour expression dans le cas d'une onde TM (ou d'un paquet de telles ondes) :

$$(1)\qquad H_z = 0, \qquad H_x = \frac{\partial\Psi}{\partial y}F(z), \qquad H_y = -\frac{\partial\Psi}{\partial x}F(z),$$

$$(2)\qquad E_z = \frac{(\gamma^2 - k^2)}{j\omega\varepsilon}\Psi(x, y)F(z), \qquad E_x = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{\partial\Psi}{\partial x}\frac{dF}{dz}, \qquad E_y = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{\partial\Psi}{\partial y}\frac{dF}{dz},$$

où $\Psi(x, y)$ est solution de

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} = (k^2 - \gamma^2)\Psi \quad \text{et} \quad F(z) = q_1 \exp\gamma z + q_2 \exp(\gamma z), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \gamma = \frac{2\pi}{\Lambda},$$

(¹) Séance du 17 février 1947.

λ étant la longueur d'onde dans l'espace libre, Λ celle dans la cavité de chaque onde composante. Il convient encore d'ajouter la condition aux limites : $\vec{E}$ perpendiculaire aux parois supposées parfaitement conductrices, ce qui définit, en désignant par $f_n(x, y, z) = 0$ les surfaces des parois :

$$E_x dx + E_y dy + E_z dz = 0$$

ou bien

$$\frac{E_x}{\frac{\partial f_n}{\partial x}} = \frac{E_y}{\frac{\partial f_n}{\partial y}} = \frac{E_z}{\frac{\partial f_n}{\partial z}}.$$

La forme de la cavité doit satisfaire à deux conditions : 1° vitesse de propagation de l'onde supérieure à celle des particules à accélérer; 2° assurer une certaine intensité d'excitation axiale. Si l'on met bout à bout un certain nombre de cavités couplées les unes aux autres à l'aide de fentes rayonnantes ou d'autres dispositifs, la forme des cavités successives sera fonction de la vitesse des corpuscules, ainsi que de l'amplitude de l'onde excitée à l'entrée de chaque cavité. La première équation de (2) montre que si $\gamma = k$ (dimensions transversales infinies), c'est-à-dire vitesse de groupe égale à la vitesse dans l'espace libre, il faut réaliser $\psi \to \infty$ pour avoir $E_z \neq 0$. On ne peut donc jamais atteindre dans une cavité la vitesse de la lumière.

Dans cet ordre d'idées, on peut concevoir une cavité ou guide à ondes progressives bouclées sur son impédance caractéristique. Il se produira alors un accrochage entre le flux de corpuscules et l'onde progressive par un effet d'inversion de ce qui se passe dans le magnétron à cavités résonnantes ou dans le tube amplificateur à ondes progressives. Il est alors tout indiqué de faire appel à un champ magnétique pour faire décrire une trajectoire de courbe au faisceau de corpuscules, et de coupler celui-ci à la cavité au moyen de fentes excitatrices pratiquées dans les parois du guide de forme convenablement incurvée. Le champ électrique de fuite établi entre les lèvres des fentes suffit dès lors à produire un transfert d'énergie de l'onde progressive au flux corpusculaire. Les conditions de résonance se présentent alors tout autrement que dans les accélérateurs tels que le cyclotron par exemple.

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES. — *Sur la propagation dans les guides courbés à section circulaire.* Note de M. **Marc Jouguet.**

Nous nous proposons, dans la présente Note, de compléter et de préciser les résultats que nous avons indiqués antérieurement sur la propagation des ondes, plus particulièrement des ondes (H_0) et (E_1), dans un guide à section circulaire, dont l'axe a un rayon de courbure R et dont la paroi peut avoir une résistivité ρ.

Rappelons d'abord qu'une onde quelconque (E_m) ou (H_m) ne se trouve

jamais à l'état pur. Elle est toujours accompagnée de perturbations de types différents, (E_{m-1}), (H_{m-1}), (E_{m+1}), (H_{m+1}). Si, comme c'est généralement le cas, l'amplitude de ces perturbations est infiniment petite avec la courbure, nous dirons, pour simplifier, que l'onde considérée est du type (E_m) ou (H_m). Le guide étant rectiligne et $m \neq 0$, soit Q l'un des plans méridiens où les composantes E_z, E_r et H_φ sont nulles. Le champ électrique est, en tout point de Q, perpendiculaire à Q. Nous dirons que ce plan est le plan de polarisation de l'onde. Soit, d'autre part, P un plan méridien particulier, lié au guide. Une onde (E_m), par exemple, peut être décomposée en deux, l'une (E'_m), pour laquelle le plan de polarisation est perpendiculaire à P, l'autre (E''_m), pour laquelle il se confond avec P. Ces deux ondes, ainsi que l'onde résultante, ont exactement la même structure.

Supposons maintenant l'axe du guide courbé dans le plan P. Les deux ondes (E'_m) et (E''_m) vont se comporter différemment. En particulier, elles auront des vitesses de phases différentes. Si donc le plan Q de l'onde (E_m) considérée a une orientation quelconque, les deux composantes (E'_m) et (E''_m) se déphaseront au cours de la propagation. Le champ, en chaque point du guide, prendra une polarisation elliptique et la configuration des lignes de forces variera le long du guide et au cours d'une période. Il en résulte que *toutes les ondes d'ordre m non nul sont instables*. Mais cet effet est peu important, car la vitesse de phase ne dépend de la courbure que par un terme du second ordre.

ONDES (H_0) ET (E_1). — La résistivité de la paroi pouvant avoir une valeur ρ quelconque, on établit les résultats suivants :

1° *L'onde* (E'_1) *existe toujours;*

2° *Les ondes* (H_0) *et* (E''_1) *ne peuvent exister seules que si* $\rho \neq 0$ *et si la courbure* $\Gamma = 1/R$ *est inférieure à une certaine valeur* Γ_0 *d'autant plus faible que* ρ *est plus petit;*

3° *Dans le cas général, il existe deux autres ondes susceptibles de se propager dans le guide et se réduisant respectivement (et approximativement) à une onde* (H_0) *et à une onde* (E''_1) *quand* $\Gamma < \Gamma_0$. On les obtient de la façon suivante.

Superposons deux solutions des équations de Maxwell, une du type (H_0), l'autre du type (E''_1), et soit K le rapport des amplitudes de ces deux composantes. On a une solution que nous représenterons par la notation $(H_0 + KE''_1)$. Si l'on cherche à déterminer K de façon à satisfaire aux conditions aux limites, on obtient une équation du second degré ayant deux racines K_1 et K_2 qui dépendent de Γ et de ρ. On a ainsi deux ondes possibles $(H_0 + K_1 E''_1)$ et $(H_0 + K_2 E''_2)$.

a. Si le guide est parfaitement conducteur, on trouve, quel que soit Γ, $K_1 = \sqrt{2}$ et $K_2 = -\sqrt{2}$, ce qui correspond, dans les deux cas, à l'équipartition de l'énergie entre les deux composantes. Contrairement à ce qui a lieu pour toutes les autres ondes, la variation δk_z de la constante de propagation k_z,

quand on passe du guide rectiligne au guide courbé, est du premier ordre

$$\delta k_z = \pm \frac{k}{\alpha R \sqrt{2}} \qquad \left(\alpha^2 = k^2 - k_z^2,\ k = \frac{\omega}{c}\right).$$

Nous avons d'ailleurs indiqué, dans une précédente Note (¹), l'existence de l'une de ces deux ondes

b. Le guide étant imparfaitement conducteur, si l'on se donne ρ et si l'on fait décroître R jusqu'à o, K_1 décroît et finit par devenir très petit, tandis que K_2 croît et finit par être très grand, cela d'ailleurs d'autant plus rapidement que ρ est plus grand. Pour l'une des ondes mixtes, la composante (H_0) est prépondérante; pour l'autre, c'est l'inverse. Pour des courbures suffisamment faibles, d'autant plus faibles que ρ est plus petit, on a sensiblement une onde (H_0) et une onde (E''_1), comme on l'a indiqué plus haut. Ainsi, pour résumer, il y a, dans le guide courbé, trois ondes possibles ($H_0 + K_1 E''_1$), (E'_1) et ($H_0 + K_2 E''_2$) qui se réduisent sensiblement, pour les très faibles courbures, aux ondes (H_0), (E'_1) et (E''_1) du guide cylindrique. Nous avions d'ailleurs déjà démontré la possibilité de propagation d'une onde (H_0), pour $\rho \neq 0$ et pour une courbure très faible (²).

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Sur les émissions radioélectriques du Soleil.* Note (¹) de **Jan V. Garwick**, présentée par M. Charles Maurain.

1. Dans une Note précédente (²) j'ai étudié quelques conséquences de la théorie gyromagnétique des émissions radioélectriques du Soleil. La Note actuelle expose certains développements de cette théorie.

2. Examinons une couche à une profondeur x dans une tache solaire où règne un champ magnétique tel que la fréquence gyromagnétique soit $\nu = eH/me$, et désignons par V la composante de la vitesse de l'électron émetteur dans la direction du champ magnétique. Par suite de l'effet Döppler, la fréquence prend une valeur ν_0 telle que $(\nu_0 - \nu)/\nu = (V/c)$. Supposons que les vitesses V pour les différents électrons sont distribuées suivant la loi de Maxwell pour une certaine température T. Dans la bande de fréquences comprise entre $\nu_0 = \nu + (V/c)\nu$ et $\nu_0 + d\nu_0 = \nu + (V + dV)(\nu/c)$, où nous supposons ν_0 et $d\nu_0$ constantes, l'intensité rayonnée par un électron est proportionnelle à

$$e^{-\beta V^2} dV\, \nu^2\, dx = e^{-\alpha w^2} \nu\, dx\, d\nu_0,$$

(¹) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 107. Rappelons que c'est à M. Nicolas Cabrera qu'est due l'idée que des ondes mixtes ($H_0 E_1$) doivent pouvoir se propager dans le guide courbé.

(²) *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 537-538.

(¹) Séance du 6 janvier 1947.

(²) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 377. Dans ce qui suit, nous l'appellerons (I).

où

$$\beta = \frac{m}{2hT}, \qquad \alpha = \beta c^2, \qquad \lambda\nu_0' = \frac{dN}{c}\nu \qquad \text{et} \qquad w = \frac{V}{c}.$$

Si nous posons $\nu\, dx = F(\nu)\, d\nu$, l'intensité totale dy dans la bande des fréquences considérée est proportionnelle à

$$d\nu_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha w^2} n q F(\nu)\, d\nu,$$

où n est le nombre d'électrons par centimètre cube et q la section de la tache à l'endroit examiné. Supposons que T, c'est-à-dire α, soit constante. On peut écrire

$$dI \propto \nu_0\, d\nu_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha w^2} n\left(\frac{\nu_0}{1-w}\right) q\left(\frac{\nu_0}{1-w}\right) F\left(\frac{\nu_0}{1-w}\right) \frac{dw}{(1-w)^2}.$$

Il faut remarquer que cette dernière intégrale n'est pas exacte, parce que si $|w| > 1$, on a des vitesses plus grandes que celle de la lumière; mais comme α est très grand, il en résulte que $e^{-\alpha w^2}$ est très petit lorsque $|w| > 1$: l'erreur commise est donc négligeable.

Étudions une intégrale de la forme $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha w^2} G(w)\, dw$. Au voisinage de $w = 0$ on peut écrire $G(w) = G(0) + wG'(0) + (w^2/2)G''(0)$ et introduire ce développement sous le signe intégrale. Loin de $w = 0$, il est généralement très inexact, mais en raison de la petitesse de $e^{-\alpha w^2}$, l'erreur commise est toujours petite. Le résultat de l'intégration est donc $\sqrt{\pi/\alpha}[G(0) + G''(0)/4\alpha]$. Comme α est très grand ($> 10^3$), on peut toujours négliger le second terme, sauf si $G''(0)$ est extrêmement grand. Utilisant ce résultat, on trouve que

$$dy \propto \nu_0\, d\nu_0\, n q F(\nu_0) = n q \nu_0^2 \left(\frac{dy}{d\nu}\right)_0 d\nu_0,$$

c'est-à-dire le résultat même que nous avons obtenu dans (I), sans tenir compte de l'effet Döppler.

Si ν (c'est-à-dire H) reste constant, on ne peut pas écrire $\nu\, dx = F(\nu)\, d\nu$. Dans ce cas $dy \propto e^{-\alpha(\Delta\nu/\nu)^2} \nu_0 N\, d\nu_0$, où N est le nombre total des électrons émetteurs. Nous aurons la valeur la plus petite pour α en prenant $T = 2.10^6$ degrés (température de la couronne intérieure), ce qui donne $\alpha = 1470$. La variation relative de l'intensité est égale à $1/e$ quand $\Delta\nu/\nu = \alpha^{-1/2} = 1/38 \approx 1/40$. La largeur totale de la bande, $2\Delta\nu$, est alors égale à $\nu/20$. Pour $\nu = 40$ MHz, on a une bande de 3 MHz de large, valeur beaucoup plus petite que la grande bande qui est observée. On peut donc conclure que l'effet Döppler n'a aucune importance pour le rayonnement observé.

3. La formule donnant l'intensité du rayonnement peut s'écrire

$$AN(r)\, q(r)\, \nu^2\, dr = f(\nu)\, d\nu = dy,$$

où r est la distance du centre du Soleil, $N(r)$ est le nombre des électrons par centimètre cube, q la section de la tache émettrice, A une constante et $f(\nu)$ une fonction qu'on peut déterminer par des observations. De cette formule, on peut tirer

$$A\int_{r_0}^{r} N(r)q(r)\,dr = \int_{\nu_0}^{\nu} \frac{f(\nu)}{\nu^2}\,d\nu.$$

L'intégrale du premier membre représente le nombre total d'électrons émetteurs entre les couches déterminées par r_0 et r. Lorsque r tend vers l'infini, elle est convergente puisqu'elle représente le nombre total des électrons émetteurs qui est nécessairement fini. Examinons maintenant l'intégrale du second membre : quand r tend vers l'infini, ν tend vers zéro parce que H tend vers zéro. On peut donc conclure à l'existence de

$$\lim_{\nu=0} \int_{\nu_0}^{\nu} \frac{f(\nu)}{\nu^2}\,d\nu.$$

Ceci exige que $f(\nu)$ tende vers zéro plus vite que ν (condition nécessaire mais non suffisante). Si l'on peut représenter approximativement $f(\nu)$ par une formule telle que $f(\nu) = q\nu^n$, il faut donc que $n > 1$.

Dans (I) j'ai indiqué que les observations sont représentées assez bien avec $n = 2/3$. La meilleure courbe de cette espèce passant par les trois points observés donne $n = 0,9$. Il y a donc ici un désaccord entre les observations et la théorie, désaccord qui, d'ailleurs, n'est pas très grave, étant donné que l'on ne connaît pas la forme de la fonction $f(\nu)$ pour les petites valeurs de ν.

SPECTROSCOPIE. — *Étude spectrographique dans l'infrarouge d'associations moléculaires*. Note de MM. **Jean Lecomte**, **Georges Champetier** et **Pierre Clément**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les fréquences de vibration de groupes polaires, capables d'interférer dans une réaction d'addition intermoléculaire, peuvent subir une altération dont l'importance dépend de l'intensité des énergies de liaison qui assurent la stabilité du complexe en dépit de l'agitation thermique.

La spectrographie dans l'infrarouge a permis à de nombreux auteurs de déceler des associations intermoléculaires par liaison hydrogène mises en évidence par une diminution de fréquence de vibration des groupes *accepteurs* (CH, NH, OH, OD etc.). Les variations de fréquence des groupes *donneurs* n'ont suscité par contre que de rares travaux (Gordy) (1). Nous avons abordé ce dernier problème en cherchant à mesurer le déplacement de la bande d'absorption du groupe *donneur* carbonyle $>C=O$ de différents composés (cétones, esters), mélangés à des coupleurs (alcools, hydrocarbures chlorés)

(1) *J. amer. chem. Soc.*, 60, 1938, p. 605.

susceptibles de donner lieu à une association intermoléculaire du type

$$(\text{donneur}) \; {>}C{=}O \;\rightarrow\; H{-} \; (\text{accepteur}).$$

De tels mélanges, de concentrations variables, sont spectrographiés, à la température ordinaire, à l'aide d'un appareil suffisamment dispersif dans la région de 5 à 8^{μ} pour apprécier, à $0^{\mu},005$ près, les variations éventuelles de position relative de la bande très marquée du carbonyle vers $5^{\mu},80$. Les spectres sont enregistrés sur un même papier photographique afin d'éviter des erreurs d'étalonnage.

1° Aucun changement de fréquence n'est observé en choisissant comme agent de dilution du *donneur* des composés inactifs tels que l'hexane ou le tétrachlorure de carbone.

2° En présence de solvants porteurs d'un hydrogène réactif, la bande d'absorption du carbonyle montre un changement de fréquence qui, suivant les cas, atteint 10 à 20 cm^{-1} [ce qui est conforme aux observations de Gordy (loc. cit.)] (*fig.* 1). La chélation intermoléculaire fait donc apparaître une

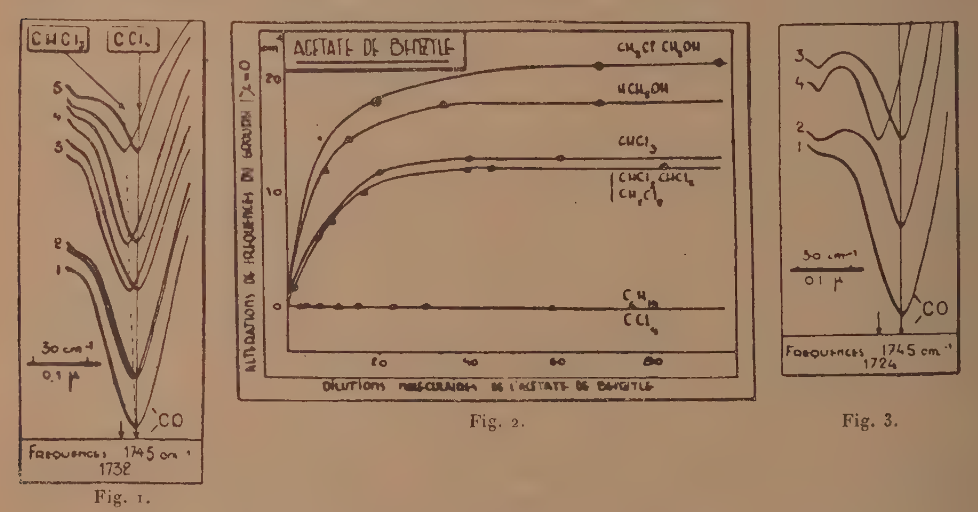


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 1. — Acétate de benzyle dans $CHCl_3$ et CCl_4;
1, acétate pur; 2, 50 % en volume; 3, 25 % en volume; 4, 10 % en volume; 5, 5 % en volume.
Fig. 3. — Acétate de benzyle dans monochlorhydrine du glycol.
1, acétate pur; 2, superposition monochl. et acétate à 15 % dans hexane;
3, superposition monochl. et acétate à 10 % dans CCl_4; 4, mélange monochl. et 7 % acétate de benzyle.

bande de liaison, située vers les longueurs d'onde plus élevées; mais, en fait, le phénomène se traduit par un simple déplacement d'une bande unique en raison de la proximité de la bande d'absorption du carbonyle des molécules non couplées. Le déplacement de cette bande croît avec la dilution du donneur et semble se stabiliser pour des dilutions moléculaires élevées ($1/20^{mol}$), qui dépassent de beaucoup une proportion équimoléculaire des deux composés. L'association intermoléculaire semble donc correspondre à un phénomène

d'ordre statistique d'empêchement de vibration du groupe donneur, lorsqu'il est mis en présence d'un excès de molécules qui portent des hydrogènes susceptibles de se lier (*fig.* 1 et 2).

3° D'après l'importance et la rapidité du changement de fréquence du vibrateur $>C=O$, les dipôles OH^- se classent parmi les accepteurs les plus réactifs. La présence d'atomes de chlore communique également à l'un des hydrogènes des carbures paraffiniques une électropositivité, qui favorise une liaison électronique intense (*fig.* 2).

4° L'intervention d'une association moléculaire dans de tels mélanges liquides est confirmée par le fait que le phénomène de déplacement de bande est totalement supprimé en examinant, au lieu du mélange, une superposition de deux cuves contenant les deux réactifs respectifs non mélangés (*fig.* 3).

Donneur $>C=O$.	Accepteur H^-.	Fréquences $>C=O$ (cm^{-1}).	Diminution de fréquence (cm^{-1}).
Acétate de benzyle.	Tétrachlorure de C	1745	0
	Hexane	1745	0
	Chlorure de méthylène	1745	12
	Tétrachloréthane	1745	12
	Chloroforme	1745	13
	Méthanol	1745	18
	Monochlorhydrine du glycol	1745	21
Acétone	Tétrachlorure de C	1730	0
	Trichloréthylène	1730	12
	Chlorure de méthylène	1730	15
Cyclohexanone.	Méthanol	1718	21

SPECTROSCOPIE. — *Dispersion de quelques verres d'optique dans le proche infrarouge*. Note de Mme **Jacqueline Ramadier**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous avons mesuré, depuis le spectre visible jusqu'à $2^{\mu},4$ environ, la dispersion de quelques prismes de verre, possédant des indices de réfraction et des courbes de dispersion assez différents dans le spectre visible. Dans cette région, nous nous sommes servi d'un goniomètre de précision et, dans l'infrarouge, d'un spectrographe à miroirs, du type de Wadsworth à déviation constante, avec, comme récepteur, une pile thermoélectrique reliée à un galvanomètre Zernicke (type Z_c).

Pour interpréter nos résultats, nous avons recherché quel type de formule de dispersion donnait la meilleure concordance avec l'expérience. La formule de Cauchy, avec trois constantes a, b, c, dans laquelle $l^2 = \lambda^2/n^2$ (λ longueur d'onde, n indice de réfraction) :

$$\frac{1}{n^2} = a - bl^{-2} - cl^2, \tag{1}$$

pas plus que le cas particulier de la formule de Hartmann avec $\alpha = 1$,

où n_0, A et λ_0 représentent des constantes,

(2) $$n = n_0 + \frac{A}{(\lambda - \lambda_0)^\alpha},$$

ne sont applicables au delà de $0^\mu,9$. Par contre, des résultats intéressants ont été obtenus en utilisant la formule de Ketteler-Helmholtz sous la forme

(3) $$n^2 = n_0^2 + \frac{A}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)} - k\lambda^2$$

(n_0, A, k constantes, λ_0 longueur d'onde propre à la substance située dans l'ultraviolet).

La relation (3) se déduit de la suivante (4), en se limitant au premier terme du développement en série

(4) $$n^2 = \nu_\infty^2 + \sum \frac{A}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)} - \sum \frac{A'}{(\lambda_r^2 - \lambda^2)}.$$

Il s'agissait de savoir s'il était possible d'utiliser, dans le domaine infrarouge, les formules de dispersion, calculées à partir de données dans le spectre visible, obtenues avec le maximum d'exactitude. Les résultats expérimentaux montrent que *la connaissance de la dispersion dans le visible ne permet pas de prévoir l'allure de la dispersion dans l'infrarouge*, car la courbe mesurée présente, entre 0,9 et $1^\mu,1$, un brusque changement de courbure. Par contre, *il est possible de calculer les constantes des formules* (3) *et* (4) *de manière à représenter correctement les indices que fournit l'expérience, dans tout l'intervalle étudié de* 0,6 *à* $2^\mu,4$, *à condition de choisir pour cette détermination des indices de réfraction correspondant à des longueurs d'onde assez différentes et réparties dans tout notre domaine d'étude.*

Voici quelques applications avec un verre d'indice 1,68576 pour la raie du sodium. Tout d'abord, nous aboutissons à prendre pour λ_0 une valeur voisine de $0^\mu,2$, c'est-à-dire à prévoir une bande d'absorption dans l'ultraviolet extrême (résultat déjà indiqué par Rubens) qui s'applique aussi à d'autres verres. Pour le calcul des constantes de la formule (3), nous avons pris les résultats numériques suivants :

$$n_1 = 1,6793 \qquad n_2 = 1,6642 \qquad n_3 = 1,6568$$
$$\lambda_1 = 0^\mu,6563 \qquad \lambda_2 = 1^\mu \qquad \lambda_3 = 1^\mu,4$$

ce qui donne l'expression

(5) $$n^2 = 2,74812 + 0,029696/(\lambda^2 - 0,0400) - 0,00948\,\lambda^2$$

λ en μ.	n^2 calculé.	n^2 observé.	$\Delta n.10^4$.
0,5871	2,8423	2,8417	+3
0,6563	2,8200	2,8200	0
0,8	2,7915	2,7915	0
1	2,7658	2,7659	+0,3
1,2	2,7556	2,7562	−0,7
1,4	2,7450	2,7449	+0,3
1,6	2,7354	2,7353	+0,3
1,8	2,7266	2,7264	+0,7
2	2,7177	2,7178	−0,3
2,2	2,7084	2,7093	−3
2,4	2,6987	2,7010	−7

La relation (5) permet donc de calculer, dans tout le domaine de $0^{\mu},5781$ à $2^{\mu},2$, les indices de réfraction avec une précision supérieure à celle de l'expérience.

Nous avons essayé aussi une formule du type (4), avec un seul terme dans chaque sommation, qui présente l'intérêt de donner la valeur λ_r de la longueur d'onde propre dans l'infrarouge du verre considéré. On ne peut pas calculer λ_r en prenant les indices de réfraction pour trois longueurs d'onde λ_1, λ_2, λ_3 du visble. D'autre part, lorsque l'on fait croître λ_1, λ_2, λ_3, pris alors dans l'infrarouge, λ_r augmente rapidement. D'une manière générale, λ_r ne se laisse pas déterminer avec une grande précision, si l'on ne connaît les indices que jusqu'à $2^{\mu},2$. Nous pouvons chercher λ_r dans le voisinage de $8^{\mu},5$ où se trouve une bande de réflexion sélective du groupement SiO_4, probablement présent dans les verres. On aboutit à plusieurs systèmes de valeurs des constantes : ils conduisent à une formule qui représente la dispersion du visible à 2^{μ}, à quelques unités près de la quatrième décimale,

$$\nu_{\infty}^2 = 3,2386 \quad \text{ou} \quad \nu_{\infty}^2 = 3,43318,$$
$$A' = 25,359 \quad » \quad A' = 49,48.$$
$$\lambda_2^2 = 51,72 \quad » \quad \lambda_2^2 = 72,25.$$

Pour calculer les indices de réfraction des verres au delà de 2^{μ} avec la relation (4), il faut prendre un *terme ultraviolet* et deux *termes infrarouges*, conduisant respectivement aux longueurs d'onde propres λ_0, d'une part, λ_r et λ'_r d'autre part.

MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Vérification des variations thermiques de la biréfringence magnétique de quelques liquides organiques*. Note de MM. **Jacques Rabinovitch** et **Vil Kunzl**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les données sur la biréfringence magnétique des liquides ont permis une bonne vérification des formules de dispersion proposées par Servant [1], mais elles n'ont pu, dans la plupart des cas, satisfaire les formules théoriques proposées jusqu'à présent pour représenter la variation thermique du phénomène. La difficulté tient sans doute à ce que dans l'état condensé, bon nombre de molécules sont associées et, d'autre part, à ce que les formules théoriques utilisées ne tiennent pas compte du champ moléculaire. Toujours est-il qu'il est nécessaire d'être en possession de données numériques aussi précises que possible. Les travaux récents les plus importants sur la variation thermique de la biréfringence magnétique des liquides organiques sont ceux de Goldet [2] et de Grodde [3].

---

(1) *Journal de Physique*, 4, 1943, p. 105.
(2) *Annales de Physique*, 10, 1938, p. 103.
(3) *Physikalische Zeitschr.*, 39, 1938, p. 772.

Certains produits ont été étudiés simultanément par ces deux auteurs et la comparaison de leurs résultats révèle des différences qu'il a paru utile d'élucider. Nous avons repris à cet effet les mesures sur le nitrobenzène, le chlorobenzène, l'ortho-dichlorobenzène et le mésitylène.

Dans l'ensemble nous avons trouvé des variations thermiques en accord, à 1 ou 2 % près, avec les résultats de Goldet, tandis que les données de Grodde indiquent des variations thermiques soit trop faibles (nitrobenzène), soit trop fortes (chlorobenzène, ortho-dichlorobenzène et mésitylène).

Pour le mésitylène, nous avons opéré sur deux échantillons qui ont donné des résultats nettement différents : d'une part l'échantillon même dont s'était servi Goldet et pour lequel nous avons retrouvé les valeurs de Goldet, et d'autre part un échantillon provenant de Kahlbaum, lequel nous a donné des biréfringences magnétiques plus fortes. Le mésitylène dont s'étaient servis autrefois Cotton et Mouton ([4]) et qui provenait également de Kahlbaum, avait donné une biréfringence magnétique intermédiaire entre les deux échantillons dont nous nous sommes servis. Cette discordance des résultats, due aux provenances diverses des échantillons, pourrait s'expliquer par la présence de l'isomère moins symétrique : le pseudocumène, dont la biréfringence magnétique est supérieure à celle du mésitylène; le produit le plus pur (sans doute l'échantillon utilisé par Goldet) a la biréfringence magnétique la plus faible.

ÉLECTRONIQUE. — *Étude des diverses ondes progressives guidées susceptibles de se propager en interaction avec un faisceau électronique.* Note ([1]) de **M. Pierre Lapostolle.**

Dans une Note antérieure ([2]) j'ai étudié l'interaction entre une onde progressive et un faisceau électronique; l'onde guidée est ralentie par un diélectrique à pouvoir inducteur spécifique élevé, et cette étude est faite dans le cas où le faisceau électronique a une vitesse v_0 très voisine de la vitesse de propagation u_{01} des ondes E_{01} dans le guide.

Je me propose maintenant de rechercher dans le cas général les diverses sortes d'ondes susceptibles de se propager dans le système déjà envisagé, pour une vitesse électronique quelconque. Pour fixer les idées, je considérerai toujours des ondes E à symétrie de révolution d'ordre O.

I. *Méthode de calcul.* — L'étude de la propagation d'ondes dans le diélectrique et dans le faisceau est développée dans la Note précitée ([2]); je conserverai les notations déjà employées et les numéros des formules. Les

---

([4]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 28, 1913, p. 209.

([1]) Séance du 17 février 1947.

([2]) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 268.

conditions aux limites s'écrivent, compte tenu des relations (1) et (2),

$$J_0(h_1 R_0) + \lambda N_0(h_1 R_0) = 0 \tag{7}$$

(champ électrique tangentiel nul sur la paroi métallique extérieure),

$$\frac{2K}{h_1 r_0} \frac{J_1(h_1 r_0) + \lambda N_1(h_1 r_0)}{J_0(h_1 r_0) + \lambda N_0(h_1 r_0)} = 2 \frac{1+s}{h_2 r_0} \frac{I_1(h_2 r_0)}{I_0(h_2 r_0)} = \frac{2}{j\varepsilon\omega r_0} \frac{H_\theta}{E_z} \tag{8}$$

(raccord des composantes tangentielles des champs).

J'appellerai y_1 le premier membre de (8) et y_2 son second membre. λ étant défini par (7); (8) apparaît comme une équation en k, donnant la vitesse et l'affaiblissement ou le gain des diverses ondes possibles. k étant connu, les relations (1) et (2) permettent alors d'étudier la répartition des champs dans le diélectrique et dans le faisceau.

II. *Ondes se propageant sans atténuation ni gain. Ondes* O_1. — Cherchons les ondes pour lesquelles k est purement imaginaire; y_1 et y_2 sont alors réels.

On peut tracer deux courbes représentant les variations de y_1 et y_2 en fonction de la vitesse des ondes. Les points d'intersection de ces deux courbes donnent les vitesses d'ondes possibles.

III. *Ondes se propageant avec atténuation ou gain. Ondes* O_2. — Cherchons maintenant à déterminer les racines k complexes de (8), auxquelles correspondront des ondes se propageant avec atténuation ou gain.

Dès que γ est grand, l'influence du faisceau devient négligeable sur la propagation des ondes ($s \to 0$), pour des densités électroniques ρ_0 physiquement acceptables. Si l'on ne tient pas compte des pertes propres du système, on ne devra donc chercher d'ondes du type O_2 que pour des valeurs de γ petites, telles que $|\gamma| \ll |k|$.

Si $|y_1| \lesssim 1$, on se trouve dans le cas déjà étudié [3]. Si $|y_1| \gg 1$, y_1 sera presque purement réel; il en sera de même de y_2 si γ est purement imaginaire. Égalant les parties principales de y_1 et y_2 on obtiendra des valeurs de k et de γ, c'est-à-dire la vitesse de propagation et l'affaiblissement ou le gain des ondes O_2.

IV. *Résultats*. — Soient u_1 la vitesse des *ondes libres* dans le diélectrique ($u_1 = c/\sqrt{K}$), u_{01}, u_{02}, ... les vitesses de propagation des *ondes guidées* E_{01}, E_{02}, ... dans le système sans faisceau ($\rho_0 = 0$), et u'_1, u'_2, ... les zéros successifs du dénominateur de $y_1(u)$; u_1, u'_1, u'_2, ... forment avec u_{01}, u_{02}, ... deux suites imbriquées.

1° Si $v_0 < u_1$, il existe deux ondes de vitesse voisine de $\pm u_{01}$, deux de vitesse voisine de $\pm u_{02}$, ... et une infinité d'ondes de vitesse voisine de v_0. Elles sont toutes du type O_1. Ce sont des ondes de ce type qui ont été mises en évidence par Hahn [4].

---

(3) *General Electric Review*, **42**, 1939, p. 258.

(4) Un autre modèle donne des ondes de ce dernier type [J. Voge, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 1117 (voir erratum, *Comptes rendus*, **224**, 1946, p. 507)].

2° Si $u_1 < v_0 < u_{01}$, il existe toujours des ondes de vitesse voisine de $\pm u_{01}$, $\pm u_{02}$, ... et une infinité d'ondes de vitesse voisine de v_0. Toutes sont du type O_1, sauf deux ondes de vitesse légèrement inférieure à v_0 qui sont du type O_2 (5).

3° Si $v_0 \simeq u_{01}$, on est dans le cas déjà étudié (3). Les deux ondes du type O_2 et l'onde O_1 de vitesse voisine de u_{01} constituent alors, selon les valeurs de r_0 et ρ_0, les trois déterminations de la racine cubique (4) ou (5) ou les trois solutions (6). Ce sont ces ondes qui ont le gain maximum.

4° Si $u_{01} < v_0 < u'_1$, on retrouve une distribution semblable au 1° et ainsi de suite.

Remarque. — La méthode de calcul employée est générale et peut s'appliquer à toute ligne à retard. Le gain des ondes du type 3° peut être calculé simplement en fonction de la pente $P = -dy_1/du$.

a. Pour $\omega r_0 \ll v_0$, $\rho_0 \ll \rho_{01}$, on a

$$(4') \qquad \gamma^3 = -j\frac{4}{v_0 P}\frac{\omega^3}{v_0^3}\left(\frac{c}{\omega r}\right)^2 \rho_0 \frac{e}{m}\mu \quad (^5), \qquad \rho_{01} = \frac{m}{e\mu}\left(\frac{v_0}{\omega r_0}\right)^2 \frac{1}{c^2 P^2}.$$

b. Pour $\omega r_0 \gg v_0$, $\rho_0 \ll \rho_{02}$, on a

$$(5') \qquad \gamma^3 = -j\frac{4}{v_0 P}\frac{\omega^3}{v_0^3}\frac{v_0 c^2}{(\omega r)^3}\rho_0 \frac{e}{m}\mu, \qquad \rho_{02} = \frac{m}{e\mu}\frac{1}{c^2 P^2}.$$

c. Enfin, pour $\omega r_0 \ll v_0$, $\rho_0 \gg \rho_{01}$ ou $\omega r_0 \gg v_0$, $\rho_0 \gg \rho_{02}$, les deux ondes du type O_2 ont un gain donné par les deux racines à partie imaginaire négative de

$$(6') \qquad \gamma^2 = \frac{4}{v_0 P}\frac{\omega^2}{v_0^2}\frac{v_0 c}{(\omega r)^2}\sqrt{-\rho_0 \frac{e}{m}\mu}.$$

OPTIQUE ÉLECTRONIQUE. — *Sur le potentiel perturbateur créé par une ovalisation des lentilles électrostatiques.* Note (1) de M. **François Bertein**, présentée par M. Camille Gutton.

Nous allons montrer comment peut s'effectuer le calcul du potentiel correctif φ relatif au défaut d'*ellipticité* des systèmes centrés (2). Ce potentiel correspond aux termes en $\cos 2\theta$ et $\sin 2\theta$ du développement de δ. Le traitement serait analogue pour chacun de ces deux termes; aussi ne considérons-nous que le premier.

L'écart

$$\delta(z\theta) = \delta_2(z)\cos 2\theta$$

(5) Cette expression pourrait être employée pour retrouver les résultats signalés dans des études un peu différentes : A. Blanc-Lapierre et P. Lapostolle, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 104; R. Wallauschek, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 191.

(1) Séance du 10 févirer 1947.

(2) F. Bertein, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 106.

crée

$$\varphi(rz\theta) = \varphi_2(rz)\cos 2\theta,$$

et l'on a

(1) $\varphi_2 = E\delta_2$ le long de S_0.

Prenons comme exemple le cas d'une lentille électrostatique *indépendante* du type étudié par Bruck ([3]); nous supposerons que la pièce centrale présente une ellipticité symétrique par rapport au plan $\theta = 0$, de sorte que seul existe le terme en $\cos 2\theta$. On peut construire φ *à l'aide de fonctions potentiel simples de même symétrie et s'annulant à l'infini.*

Envisageons à cet effet la distribution de potentiel v, créée par un cercle C d'axe Oz et de rayon a, porteur d'une densité électrique linéaire égale à $(\cos 2\theta/a)$: si C est centré en O,

$$v(rz\theta) = v_2(rz)\cos 2\theta,$$

$$v_2(rz) = \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\gamma \, d\gamma}{\sqrt{z^2 + a^2 - 2ar\cos\gamma + r^2}}.$$

Les fonctions v et leurs dérivées partielles en a et z : $\partial v/\partial a$, $\partial v/\partial z$, ... constituent un ensemble de fonctions du type exigé. Elles deviennent toutes infinies sur le cercle C, leur seule singularité, et décroissent rapidement lorsqu'on s'en éloigne. Disposons le cercle à l'intérieur du métal de l'électrode mais au voisinage de la surface S_0; chaque potentiel associé peut aussi bien être considéré comme étant créé par un défaut elliptique et sa valeur le long de S_0 décroît à mesure qu'on s'éloigne de C. En vertu de (1), le défaut correspondant présente cette même propriété : son étendue est limitée au voisinage de C. On conçoit ainsi que l'on puisse représenter le potentiel créé par un défaut de profil donné $\delta_2(z\theta)$ à l'aide d'une *combinaison linéaire de fonctions* v, $\partial v/\partial a$, ... associées à un ou plusieurs cercles bien choisis. Cette détermination sera facilitée par l'examen des expressions asymptotiques au voisinage de C et à l'infini. Dans notre cas particulier, imaginons un seul cercle disposé dans le même plan $z = 0$ et de rayon a un peu supérieur au rayon R du cercle de gorge de l'électrode; on vérifie que l'on peut écrire

$$\varphi = K\left(2v - a\frac{\partial v}{\partial a}\right).$$

Considérons une lentille du type VIII de la référence ([2]) ($R = 2x$ épaisseur de l'électrode); on peut prendre $0,8a = R$ et si δ_{max} désigne la valeur maximum de l'écart géométrique, on obtient au voisinage de Oz (région *optique*),

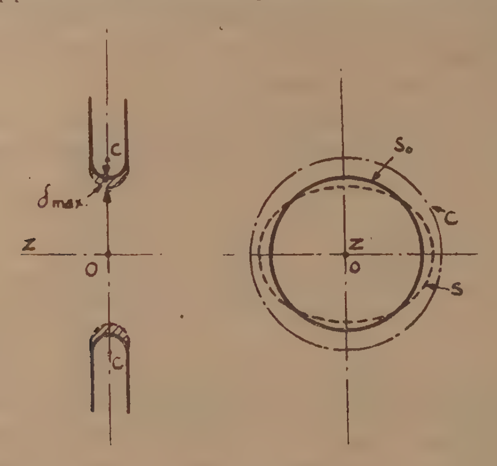
(2) $$\varphi_2(rz) = \psi_2(z)r^2 + \ldots$$

([3]) H. Bruck, *Cahiers de Physique*, 24, 1944, p. 15.

avec

$$\psi_2(z) = 0{,}55\,\frac{E\,\delta_{max}}{R^2}\,\frac{1}{\left(1+0{,}64\,\frac{z^2}{R^2}\right)^{\frac{7}{2}}} \tag{3}$$

(E, champ le long de S_0, est pratiquement constant dans la zone elliptique). La figure indique approximativement le profil du défaut correspondant.



Rôle des divers paramètres du défaut elliptique. — Soit une électrode S_0 de forme quelconque présentant un défaut localisé en une région de S_0 où le rayon est r_0, λ la pente de la méridienne sur l'axe Oz. On voit aisément par des considérations de superposition que, toutes choses égales d'ailleurs, φ ne dépend que de l'aire algébrique $\mathcal{A}$ de la section méridienne du défaut (hachurée sur la figure). Le potentiel φ d'un défaut localisé peut, en conséquence, s'évaluer en attribuant à ce dernier un profil particulier; on vérifie que l'on peut prendre

$$\varphi = -\frac{aE\mathcal{A}}{2\pi}\left(\frac{\partial v}{\partial a}\cos\lambda + \frac{\partial v}{\partial z}\sin\lambda\right)a = r_0,$$

d'où l'on déduit la valeur de l'intégrale suivante qui caractérise en première approximation l'importance optique de la perturbation

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\psi_2(z)\,dz = \frac{E\mathcal{A}\cos\lambda}{r_0^2}$$

[ψ_2 est relié à φ par la relation (2) qui est générale].

Notons pour terminer que les défauts d'ordre supérieur, c'est-à-dire ceux en $\cos m\theta$, $\sin m\theta$ ($m > 2$) donneraient lieu à des développements tout à fait analogues.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur quelques phénomènes pouvant accompagner la fission du noyau de l'uranium.* Note [1] de M. **Bernard Kwal.**

Les photographies, fort remarquables, qu'on vient de publier [2] de trajectoires des débris de fission de l'uranium, montrent des étoiles à trois ou quatre branches, pouvant s'interpréter, comme l'ont fait d'ailleurs les auteurs, par le phénomène de tri- ou quadripartition.

Je voudrais attirer l'attention sur la possibilité de deux autres interprétations, légèrement différentes, et qui pourraient suggérer de nouvelles expériences à faire.

Un trait saillant des photographies publiées consiste dans une forte dissymétrie des étoiles; ainsi, dans celles qui sont relatives à la tripartition, remarque-t-on deux débris lourds, accompagnés d'une particule de masse faible, voisine de 4 ou 5. Cette particularité pourrait se comprendre plus aisément dans l'une des deux hypothèses suivantes.

1° *La particule légère est de nature secondaire.* — La fission du noyau de l'uranium conduisant à la formation d'un débris instable par rapport à l'émission de la particule légère, qui est peut-être la particule α. Bien que la probabilité de l'émission des particules α des noyaux composés par adjonction d'un neutron même rapide soit très faible pour $Z > 30$ [3], cette éventualité doit redevenir raisonnable pour les noyaux hautement instables et ayant plusieurs neutrons en trop, tels qu'ils résultent de la fission.

Notons que la formation d'un débris instable (mais pour $Z < 30$) a été signalée tout dernièrement [4] dans les étoiles, relatives aux désintégrations multiples produites par les rayons cosmiques.

2° *La particule légère et de nature primaire.* — Le phénomène consisterait alors dans l'émission d'une particule α (ou d'une particule de masse voisine de celle-là), avec la formation d'un noyau fissible, appartenant probablement à la famille du thorium. Peut-être n'est-il pas exclu que la réaction primaire conduise à la formation du même noyau fissible qui résulte de l'irradiation directe du thorium par les neutrons.

Le cliché, relatif à la quadripartition, présentant également une allure très dissymétrique, il y a lieu aussi d'envisager des phénomènes en plusieurs étapes, analogues à ceux envisagés plus haut, de préférence au phénomène de la quadripartition brutale.

Les théorèmes de la conservation de la quantité de mouvement et de

---

(1) Séance du 17 février 1947.

(2) Tsien San-Tsiang, R. Chastel, Ho Zah-Wei et L. Vigneron, *Comptes rendus*, **223**, 1946, pp. 986 et 1119; **224**, 1947 p. 272.

(3) H. A. Bethe, *Phys. Rev.*, **47**, 1935, p. 747.

(4) G. P. S. Occhialini et C. F. Powell, *Nature*, **159**, 1947, p. 93.

l'énergie s'appliquent à la totalité des phénomènes mis en jeu et ne peuvent être invoqués pour trancher le débat.

Enfin, dans un autre ordre d'idées, je voudrais faire part de la remarque suivante. Les éclats de fission se déplaçant à des énergies énormes et donnant lieu à de multiples collisions nucléaires ([5]), tout se passe, relativement à eux, comme s'ils subissaient un bombardement de la part des noyaux du milieu où ils se déplacent. Dans le système de référence lié au débris, l'énergie que possède le noyau du milieu ambiant est égale à l'énergie du débris, multipliée par le rapport m_a/m_d des masses nucléaires correspondantes. Étant donnée la valeur de ces énergies et le grand nombre des éclats observés, il doit être possible de trouver des chocs désintégrants. Il n'est pas impossible que la trajectoire en T, observée par Occhialini et Powell, ne provienne d'un tel phénomène. L'étude des trajectoires des éclats de fission du noyau de l'uranium nous fournirait ainsi la possibilité d'étudier des chocs désintégrants, tout particulièrement, avec des noyaux plus lourds que H, D et He, qu'on peut difficilement lancer sur des cibles fixes sous forme d'ions de grande vitesse.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'analyse physicochimique des mélanges quaternaires*. Note ([1]) de MM. **Antoine Saunier** et **René Pâris**, présentée par M. Pierre Jolibois.

La détermination quantitative des composants d'un mélange dans le domaine de la chimie organique présente fréquemment des difficultés considérables. Alors que les méthodes d'analyse élémentaire sont considérées aujourd'hui comme des techniques éprouvées et classiques, l'analyse fonctionnelle est déjà plus délicate et se trouve bien souvent en défaut pour résoudre les mélanges complexes renfermant des corps de propriétés chimiques très voisines. Il convient alors de faire appel à des méthodes physiques nécessitant souvent un appareillage coûteux. Une méthode physicochimique, simple et économique, souvent mise à profit dans l'étude analytique des mélanges d'hydrocarbures liquides, consiste à déterminer les températures de trouble de ces mélanges en présence d'un solvant convenable (méthode des *points d'aniline* par exemple). Un procédé analogue a pu être appliqué pour analyser des mélanges de phénols ([2]), ainsi que le système eau-alcool-benzène ([3]), suivant des modes opératoires différents.

Cette méthode, qui paraît très féconde, peut être étendue à l'analyse de

---

([5]) J. K. Bøggild, K. J. Brostrøm et T. Lauritsen, *Det. Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Math. fys. Medd.*, 18, iv, 1940; *Phys. Rev.*, 58, 1940 p. 651.

([1]) Séance du 17 février 1947.

([2]) R. Paris et J. Vial, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 324.

([3]) A.-S. Smith, *Ind. Eng. Chem.*, 37, 1945, p 185.

mélanges quaternaires moyennant quelques conditions restreignant la difficulté du problème : par exemple, dans le cas d'un rapport constant entre deux constituants et la possibilité d'un dosage direct de l'un des constituants.

C'est en supposant que le mélange quaternaire obéit aux conditions précédentes que nous indiquerons d'abord dans cette première Note le principe de la méthode. Nous résumerons ensuite dans une prochaine Note les résultats que nous avons obtenus dans le cas particulier des mélanges eau-éthanol-phénol-naphtalène.

Principe de la méthode. — Puisqu'un mélange quaternaire, dans lequel le rapport entre deux constituants est constant et connu, peut être traité comme un mélange ternaire, nous désignerons par A, P, et N les constituants (solides ou liquides) à doser effectivement. Nous admettrons d'autre part que nous savons doser P directement. Ajoutons alors à un poids connu P de mélange A + P + N une quantité connue d'un premier solvant B, telle que

$$\frac{A + P + N}{B} = a.$$

Ajoutons ensuite au mélange A + P + N + B, un second solvant E, à l'aide d'une burette, cm^3 par cm^3. Si le solvant E est choisi de telle sorte qu'il soit partiellement miscible avec le mélange, on pourra déterminer la température d'apparition du trouble après chaque addition du solvant E, et ainsi tracer la courbe de variation de la température de trouble en fonction du volume de solvant E. Cette courbe sera déterminée avec soin au voisinage d'une température t que nous nous fixons, ce qui nous permet d'en déduire avec précision quel volume de solvant E il faut ajouter au poids p de mélange A + P + N additionné de p/a de solvant B pour obtenir la température de trouble t.

Si cette détermination a été faite pour un certain nombre de mélanges connus A + P + N, il est facile d'en déduire, par une seule expérience, la composition d'un mélange inconnu.

En effet : 1° la température t du trouble que nous avons choisie est une constante; 2° le rapport $a = (A + P + N)/B$ peut être également maintenu constant. Par conséquent, il ne nous reste plus que trois variables indépendantes : deux des concentrations du mélange ternaire A + P + N dont la somme est connue et le volume de solvant E nécessaire pour obtenir la température de trouble t du poids p de mélange en présence de p/a de solvant B. Désignons par V ce volume ramené à $p = 100^g$ de mélange A + P + N. Les concentrations du mélange A + P + N seront représentées par un diagramme triangulaire équilatéral et le volume V porté perpendiculairement au plan du triangle. La surface représentative du volume V sera alors dessinée dans le plan par des lignes de niveau dont chacune correspondra à une valeur déterminée de V.

Ce diagramme une fois tracé, on fera l'analyse d'un mélange X inconnu en

déterminant d'abord directement le pourcentage Px du constituant P, puis le volume Vx après addition de B et de E comme nous l'avons indiqué.

La droite $P = Px$ coupera les lignes de niveau du diagramme et en particulier celle de $V = Vx$ (déterminée par interpolation en général) en un point qui fixe la composition du mélange.

Appareillage. — L'appareil utilisé pour la détermination des points de trouble se compose d'un gros tube à essais en verre ($h = 170^{mm}$; $o = 35^{mm}$) fermé par un bouchon de laiton portant un thermomètre au 1/10, un agitateur et une burette. Ce tube peut être chauffé ou refroidi dans un bain d'eau.

Choix des solvants et des constantes. — Les solvants B et E doivent être choisis de telle façon qu'ils permettent, dans le plus large intervalle de concentrations A, P, N possible, sinon pour tout le diagramme, d'obtenir des points de trouble nets, sans phénomène d'opalescence critique qui diminue la précision. Le rapport *a* sera choisi de façon à fournir également des températures de trouble faciles à observer. Enfin la température *t* sera assez élevée pour permettre de bonnes observations, mais pas trop pour éviter une évaporation appréciable des constituants ou des solvants. Du choix correct de B, E, *a* et *t* dépend en définitive la précision du dosage.

Cette méthode nécessite donc l'établissement d'un diagramme ternaire qui est sans doute une opération assez longue, mais une fois ce diagramme établi, l'analyse d'un mélange quelconque est, comme nous le montrerons, plus expéditive que par tout autre procédé.

MÉTALLURGIE. — *Influence d'un écrouissage superficiel de l'éprouvette sur le frottement intérieur d'un acier.* Note [1] de M. **Christian Boulanger**, présentée par M. Pierre Chevenard.

On sait, notamment par les expériences effectuées par M. Waché avec les micromachines de M. Chevenard [2], que l'hystérésis mécanique et l'aptitude à l'accommodation d'une éprouvette soumise à la torsion alternée sont des propriétés très sensibles à l'état de surface. Ainsi, de deux éprouvettes en acier eutectoïde, l'une recuite sous le vide après usinage, l'autre usinée après recuit de façon à proscrire toute déformation d'ensemble, la dernière fournit des cycles couple-torsion plus ouverts et se rompt au bout d'un plus petit nombre d'alternances, la différence ne pouvant avoir d'autre cause que l'écrouissage superficiel créé par le travail à l'outil. En outre, l'aire du cycle diffère selon qu'il est enregistré aussitôt l'éprouvette usinée ou après un certain temps de repos.

J'ai entrepris, au laboratoire de recherches de la Société de Commentry-

---

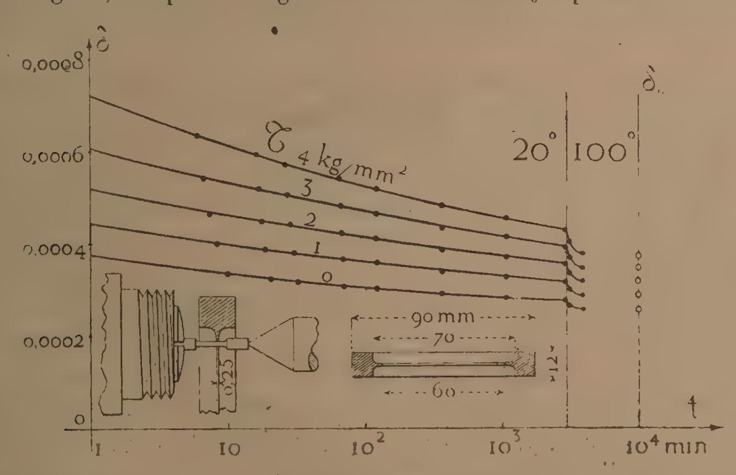
(1) Séance du 17 février 1947.

(2) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 264.

Fourchambault et Decazeville à Imphy, d'étudier systématiquement l'influence de l'écrouissage superficiel et du repos sur l'hystérésis mécanique des métaux et des alliages, en faisant varier la composition, l'état physicochimique et structural, le processus de l'intervention mécanique, la température et la durée du vieillissement. La présente Note décrit l'effet, relativement considérable, d'un faible écrouissage superficiel exercé sur une éprouvette d'acier nickel-chrome-molybdène à l'état autotrempé [C 0,27 — Ni 3,1 — Cr 0,80 — Mo 0,27. Structure bainitique. Dureté Brinell, 410 kg/mm²].

Afin de mettre en évidence les plus faibles changements de l'hystérésis mécanique, j'ai eu recours à la méthode de l'amortissement, très sensible comme toute méthode de répétition. Une microéprouvette, dont le tronçon utile mesure 1mm,5 de diamètre et 10mm de longueur, est essayée au micro-pendule de Coulomb (³), dont les oscillations s'enregistrent optiquement sur un tambour de chronographe. L'élaboration du diagramme conduit à évaluer le décrément vrai δ pour toute valeur de l'amplitude, c'est-à-dire pour toute valeur de la contrainte au cisaillement $\mathcal{T}$ de la fibre la plus fatiguée, comprise entre 4 et 0 kg/mm². Préalablement aux essais, j'ai précisé les conditions expérimentales requises pour obtenir des résultats reproductibles, c'est-à-dire pour faire considérer comme indiscutables les variations constatées pour l'amortissement.

Sur la figure, les points alignés sur l'ordonnée δ_0 représentent le décrément



ainsi déterminé sur la microéprouvette auto-trempée à l'abri de l'air, pour cinq valeurs de la contrainte : 0, 1, 2, 3, 4 kg/mm². Cet essai préliminaire achevé, la microéprouvette subit une sorte de *brunissage* superficiel par roulement d'un anneau en acier dur pesant 220g, qui repose sur le tronçon cylindrique par un troit rebord de 0mm,25 de largeur. Le tour étant mis en mouvement (détail en

(³) *Revue de Métallurgie*, 38, 1941-1942, p. 273; 39, p. 33.

bas de la figure), l'anneau roule sur la microéprouvette et se déplace en même temps de droite à gauche, le changement de sens se produisant spontanément chaque fois que le rebord de l'anneau vient heurter une tête de la microéprouvette. L'opération dure 10 minutes.

Aussitôt après, la microéprouvette est installée dans le micropendule et on effectue des essais d'amortissement échelonnés dans le temps. Les courbes de la figure montrent l'augmentation considérable du décrément causée par le brunissage, puis sa diminution progressive par vieillissement spontané à température ordinaire. Une élévation de température précipite la chute du décrément au point qu'un étuvage de 14 heures à 100°, consécutif à un séjour de 50 heures à 20°, suffit à ramener le frottement intérieur à la valeur observée avant brunissage.

Il a été constaté, d'autre part, qu'un simple polissage au papier émeri (potée 0000) produit des effets qualitativement identiques à ceux qui viennent d'être décrits.

Ces expériences, qui établissent l'influence de faibles interventions mécaniques superficielles, attirent de nouveau l'attention sur les précautions requises pour usiner et pour traiter thermiquement les éprouvettes destinées aux recherches sur l'hystérésis mécanique. En outre, l'existence à température ordinaire d'un vieillissement consécutif à l'écrouissage prouve, une fois de plus, l'intervention de la réactivité dès cette température, même dans le cas d'un acier dur.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydrogénation des benzyldihydroisoquinoléines.* Note de M. **Victor Harlay.**

La déshydrogénation des dihydroisoquinoléines, et en particulier des phényldihydroisoquinoléines, est assez facilement réalisable par simple oxydation permanganique. Mais ce procédé n'est pas applicable aux benzyldihydroisoquinoléines.

Pictet et Finkelstein [1], dans leur essai de synthèse de la papavérine en 1909, ne purent dépasser le stade dihydropapavérine. L'emploi de réactifs oxydants provoque, comme le montra Pyman [2] la même année, la coupure de la molécule au niveau du groupement méthylénique du radical benzylique.

Cependant la dihydropapavérine put être transformée en papavérine en 1927 par Späth et Burger [3] par déshydrogénation catalytique au palladium. Depuis cette époque, seul l'emploi du palladium (amiante palladiée ou noir de palladium) permit de réaliser la synthèse de nombreuses isoquinoléines.

---

(1) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, **42**, 1909, p. 1979.

(2) *J. of. Chem. Soc.*, **95**, 1909, p. 1738.

(3) *Ber. dtsch. chem. Ges.*, **60**, 1927, p. 704.

Il nous a paru intéressant d'étudier dans le cas de la dihydropapavérine diverses méthodes de déshydrogénation. Cette étude comprendra, d'une part la déshydrogénation par catalyse métallique, et d'autre part celle par réaction chimique au moyen du soufre et du sélénium.

I. Déshydrogénation par catalyse métallique. — 1. *Palladium*. — Nous avons pu montrer tout d'abord que l'état initial du palladium n'influait sensiblement pas sur le rendement de l'opération. Nous avons utilisé à cet effet du noir à l'oxyde de palladium, obtenu en précipitant celui-ci sur du charbon végétal par addition de lessive de soude à une solution de chlorure de palladium à 10 %. On obtient ainsi un excellent catalyseur qui, agissant au sein du caryophyllène à 250°, conduit à un rendement pratique de déshydrogénation de la dihydropapavérine de 82 à 85 %.

2. *Nickel*. — *a*. Nickel, type Sabatier et Senderens. Aucun résultat positif ne peut être obtenu pour des températures inférieures à 250°. Dans le caryophyllène à l'ébullition (T : 255-258°; durée 1 heure). On obtient une déshydrogénation de l'ordre de 35 %. La durée du chauffage portée à 2 heures, puis à 4 heures, ne peut améliorer le rendement, qui au contraire se trouve abaissé à 30 %, puis 25 %, en raison de la décomposition partielle du produit.

b. Nickel de Raney, convenablement lavé pour le débarrasser d'alcali. Ce n'est également que vers 258° que la déshydrogénation devient sensible. Le maximum de rendement, 50 %, est atteint en 30 minutes. La qualité du produit obtenu est satisfaisante : le point de fusion de la papavérine brute est 143-145° (P. F. produit pur : 147°).

3. *Autres métaux*. — Le cuivre, obtenu à partir de l'oxyde par réduction dans un courant d'hydrogène, le cobalt, obtenu par réduction de l'un de ses sels au moyen de l'hypophosphite de sodium, n'ont donné aucun résultat.

Par contre, l'argent, préparé par réduction au moyen de l'hydrazine en milieu ammoniacal et précipité sur du charbon végétal lavé à l'acide nitrique, permet d'obtenir dans les conditions décrites 18 à 20 % de papavérine.

II. Déshydrogénation par réaction chimique. — Le soufre et le sélénium se sont révélés de bons agents de déshydrogénation dans le cas qui nous intéresse. La température de réaction optima est voisine de 250°. L'action directe du métalloïde sur la substance envisagée n'est cependant pas possible, car dès 220-230° la masse se boursoufle et se décompose entièrement. Par contre, il n'en est plus de même en présence d'un solvant à point d'ébullition élevé. Le seul ennui est que le soufre et le sélénium ne sont pas sans action sur celui-ci aux températures où l'on opère. De tous les solvants essayés, c'est encore le caryophyllène qui fut retenu. Nous avions songé à employer le naphtalène; mais celui-ci n'évite cependant pas la formation de goudrons, et présente, en outre, le gros inconvénient de distiller et d'obstruer les tubulures en cristallisant. Le soufre se dissout plus aisément dans le caryophyllène à l'ébullition que le sélénium. Ce dernier, présentant sur le soufre l'avantage de ne produire

qu'une faible quantité de matières goudronneuses, peut donc être considéré comme un réactif supérieur. Les proportions respectives utiles sont les suivantes : pour 1^g de dihydropapavérine dans 15^{cm^3} de caryophyllène, soufre 2^g, ou bien sélénium $0^g,50$ à $0^g,60$. Le rendement de la déshydrogénation est dans les deux cas de l'ordre de 55 % en produit brut, soit de 50 % en papavérine purifiée. La réaction est terminée après 10 minutes de chauffage à 255-258°.

Tous les essais que nous venons de mentionner ont été effectués sous atmosphère de gaz carbonique, afin d'éviter l'oxydation à l'air de la dihydropapavérine.

Conclusion. — Le passage de la dihydropapavérine à la papavérine peut être réalisé soit par catalyse métallique, soit par action du souffre ou du sélénium. De tous les agents de déshydrogénation, le palladium, quelle que soit sa forme, est certainement le plus efficace. Il faut retenir cependant que le nickel de Raney, le soufre et surtout le sélénium permettent cette transformation dans des conditions de rendement satisfaisantes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode générale de préparation d'alcools par réduction des acides ou de leurs esters, des cétones et des aldéhydes.* Note de M. **Georges Darzens**, présentée par M. Marcel Delépine.

On ne dispose que de deux méthodes générales pour réduire les acides ou leurs esters en alcools primaires correspondants.

La première est la méthode catalytique par l'hydrogène sous une haute pression et à une température élevée qui s'adresse surtout aux acides de poids moléculaires élevés et qui a été publiée en 1931 presque simultanément par Schrauth, Schenck et Stickdorn et Normann en Allemagne, et par Adkins et Folkers en Amérique [1]. Elle a l'inconvénient de nécessiter un autoclave spéciale et n'est, par suite, pas à la portée de tous les laboratoires.

La seconde est la méthode de Bouveault et Blanc [2] qui consiste à réduire un ester par le sodium en présence d'un alcool bouillant ; elle est d'une application beaucoup plus aisée ; par contre son rendement est généralement moins élevé et ne dépasse pas 70 à 75 %, car il se forme toujours simultanément une certaine proportion d'un ether-oxyde conformément à l'équation

$$R-CO-O-C_2H_5 + 2H_2 \rightarrow R-CH_2-O-C_2H_5 + H_2O.$$

L'eau ainsi formée saponifie ensuite une quantité correspondante d'ester qui échappe ainsi à la réduction.

---

(1) *Ber. deutsch. Gesellschaft*, **64**, 1931, p. 1314; *Z. angew. Chem.*, **44**, 1931, p. 714; *J. Am. Soc.*, **53**, 1931, p. 1095.

(2) *Comptes rendus*, **136**, 1903, p. 1676; **137**, 1903, pp. 60 et 328.

Or, si dans cette réaction on remplace le sodium par un autre métal ayant, comme le sodium, la propriété d'être attaqué par les alcools, il n'y a pas de réduction. C'est ainsi que l'aluminium, très facilement soluble dans l'alcool amylique bouillant, n'amène qu'à un dégagement d'hydrogène sans aucune réduction. C'est en cherchant à expliquer cette anomalie que j'ai été amené à trouver la nouvelle méthode de réduction qui est exposée plus loin.

La réaction de Bouveault et Blanc doit, en effet, être en relation intime avec une propriété particulière du sodium, et deux hypothèses peuvent être faites à ce sujet.

La première est la propriété du sodium de donner facilement avec les esters des énolates, dérivés éthyléniques qui seraient ensuite réduits par l'hydrogène naissant

$$R-CH_2-CO_2Et \rightarrow R-CH=C\begin{matrix}\diagup ONa \\ \diagdown OEt\end{matrix} \rightarrow R-CH_2-CH_2ONa.$$

Elle rend compte du fait que l'acide benzoïque ne peut pas être réduit par la méthode en cause, mais il existe des acides, où la fonction CO_2Et est liée à un carbone tertiaire, qui sont réductibles.

La seconde serait la formation d'un hydrure NaH qui serait le véritable agent de réduction. On sait, en effet, que cet hydrure est relativement stable et facile à préparer par l'action de l'hydrogène sur le sodium à 360° environ, comme cela a été démontré par Moissan ([3]).

C'est en vue de donner une base expérimentale à cette supposition que j'ai entrepris, il y a déjà plusieurs années, des recherehes relatives à la réduction des esters par l'hydrure de sodium. L'expérience l'a entièrement confirmée et il en est résulté une excellente méthode générale de réduction des esters.

Si dans une solution bouillante de $51^g,5$ (1/4 mol.) de phénylacétate d'amyle dans de l'alcool amylique on ajoute peu à peu 12^g d'hydrure NaH, on obtient avec un excellent rendement de l'alcool phényléthylique.

Les esters des acides gras ou leurs glycérides peuvent de même être réduits et l'on peut remplacer en grande partie l'alcool amylique par un solvant neutre comme le toluène, le xylène etc.

Les cétones et les aldéhydes peuvent de même être réduits. L'hydrure de sodium est, paraît-il, fabriqué industriellement aux États-Unis. D'autres hydrures seraient à étudier à ce point de vue, mais l'hydrure de calcium ne m'a pas donné de résultats, du moins dans mes conditions expérimentales, sans doute à cause de sa trop grande stabilité. Malgré les difficultés présentes, je me propose de continuer ce travail.

([3]) *Comptes rendus*, **134**, 1902, p. 71.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Propriétés des alcools γ-éthyléniques.*
Note de MM. **Jean Colonge** et **André Lagier**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'enchaînement $>C(OH).\overset{|}{\underset{|}{C}}-\overset{|}{\underset{|}{C}}-\overset{|}{C}=C<$ paraît se prêter à la formation d'époxydes-1.4 comme avec le pentène-4 ol-1 (1) ou d'époxydes-1.5 comme avec le méthylhepténol (2). Cette Note étudie les propriétés des alcools secondaires du type $R_1.CHOH-CH(R_2).CH_2CH=CH_2$ dont trois termes ont été examinés : hexène-5 ol-2 (I), diméthyl-2.2 heptène-6 ol-3 (II) et éthyl-3 hexène-5 ol-2 (III).

Ces alcools ne donnent pas de phényluréthanes, mais leurs esters *o*-phtaliques acides sont cristallisés. Distillés sur acide phosphorique, ils s'isomérisent en polyalcoyltétrahydrofuranes (IV). Par addition d'une molécule de brome, ils donnent des alcools dibromés (V) non distillables se transformant en bromométhylpolyalcoyltétrahydrofuranes (VI) quand on les traite par la quinoléine.

$R_2.HC$——CH_2, $R_1.HC$—O—$CH.CH_3$ (cycle) (IV).

$R_1.CHOH.CH(R_2).CH_2.CHBr.CH_2Br$ (V).

$R_2.HC$——CH_2, $R_1.HC$—O—$CH.CH_2Br$ (cycle) (VI).

Mais tandis que l'alcool (III) donne finalement le composé (VI) correspondant avec un rendement de 75 % de la théorie, le dérivé dibromé étant pratiquement entièrement cyclisé, avec les alcools (I et II), par contre, ce rendement n'est que de 45 %, car il reste de l'alcool dibromé non transformé malgré un chauffage prolongé avec un excès de quinoléine.

Si cette fraction d'alcool dibromé non cyclisable est traitée par le zinc en milieu alcoolique, on régénère l'alcool γ-éthylénique initial; en soumettant ce dernier aux mêmes opérations (bromuration et action de la quinoléine), on retrouve exactement le même taux de transformation en composé (VI). Ces faits peuvent être expliqués à l'aide des formules des deux antipodes optiques qui constituent le racémique de l'alcool (I) ou (II); par addition d'une molécule de brome, on obtient deux nouveaux racémiques dont un seul possède un atome de brome et l'hydroxyle alcoolique convenablement orientés pour que la cyclisation par enlèvement d'acide bromhydrique puisse avoir lieu.

Cette hypothèse est étayée par le fait que la fraction d'alcool dibromé non cyclisable est distillable sous vide sans décomposition, alors que l'alcool dibromé brut (mélange des deux racémiques) ne l'est pas.

---

(1) R. Paul et H. Normant, *Bull. Soc. Chim.*, 11, 1944, p. 365.
(2) Dœuvré, *Bull. Soc. Chim.*, 45, 1929, p. 356.

Les bromométhylpolyalcoyl-tétrahydrofuranes (VI) sont des liquides incolores lorsqu'ils sont fraîchement distillés; ils réagissent avec les amines primaires et secondaires, en particulier avec l'aniline, en donnant des amines liquides; avec le magnésium, en présence d'éther, ils paraissent réagir normalement, mais si l'on hydrolyse la masse réactionnelle, on retombe sur l'alcool γ-éthylénique initial.

Hexène-5 ol-2 $C_6H_{12}O$. Déjà décrit; ester *o*-phtalique acide F 58°.

Diméthyl-2.2 heptène-6 ol-3. $C_9H_{18}O$. Liquide $É_{18}$ 75°; d_4^{21} 0,843; n_D^{21} 1,4389; ester *o*-phtalique acide F 102°.

Éthyl-3 hexène-5 ol-2 $C_8H_{16}O$. Liquide $É_{738}$ 164°; $d_4^{16,5}$ 0,854; $n_D^{16,5}$ 1,4421; ester *o*-phtalique acide F 77°.

Diméthyl-2.5 tétrahydrofurane $C_6H_{12}O$. Liquide $É_{752}$ 92°; d_4^{23} 0,827; n_D^{23} 1,4045; rendement 65 %.

Méthyl-2 tert. butyl-5 tétrahydrofurane $C_9H_{18}O$. Liquide, $É_{745}$ 146°; d_4^{20} 0,835; n_D^{20} 1,4228; rendement 71 %.

Diméthyl-2.5 éthyl-3 tétrahydrofurane $C_8H_{16}O$. Liquide, $É_{754}$ 134°; d_4^{18} 0,843; n_D^{18} 1,4238; rendement 69 %.

Dibromo-5.6 hexanol-2 $C_6H_{12}OBr_2$. La fraction non cyclisable par la quinoléine est un liquide visqueux, $É_{14}$ 129°; d_4^{25} 1,687; n_D^{25} 1,5270.

Diméthyl-2.2 dibromo-6.7 heptanol-3 $C_9H_{18}OBr_2$. La fraction non cyclisable par la quinoléine est un liquide visqueux, $É_{14}$ 148°; d_4^{14} 1,498; n_D^{14} 1,5143.

Méthyl-2 bromométhyl-5 tétrahydrofurane $C_6H_{11}OBr$. Liquide, $É_{20}$ 67°; d_4^{24} 1,357; n_D^{24} 1,4748.

Tert. butyl-2 bromométhyl-5 tétrahydrofurane $C_9H_{17}OBr$. Liquide, $É_{14}$ 96°; d_4^{21} 1,217; n_D^{21} 1,4719.

Méthyl-2 éthyl-3 bromométhyl-5 tétrahydrofurane $C_8H_{15}OBr$. Liquide. $É_{14}$ 90°; d_4^{16} 1,246; n_D^{16} 1,4751.

Méthyl-2 N-phénylaminométhyl-5 tétrahydrofurane $C_{12}H_{17}ON$. Liquide visqueux, $É_{13}$ 161°; d_4^{17} 1,039; n_D^{17} 1,5467.

Méthyl-2 éthyl-3 N-phénylaminométhyltétrahydrofurane. $C_{14}H_{21}ON$. Liquide visqueux, $É_{12}$ 173°; d_4^{14} 1,009; n_D^{14} 1,5370.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de l'éthyl-2 naphtol-3*. Note de MM. **Henri Wahl** et **John Fraemohs**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous [1] a déjà indiqué que l'hydrolyse sulfurique de l'éther β_2-méthoxy β_3-naphtoylacétique conduit au méthoxy-2 acétyl-3 naphtalène.

Le rendement de cette réaction a pu être rendu presque quantitatif en utilisant au lieu d'acide sulfurique, un mélange d'acide bromhydrique concentré, d'acide acétique et d'eau; en même temps la durée de l'opération est ramenée à une ou deux heures. Il nous a paru intéressant d'utiliser cette cétone pour réaliser la synthèse de l'*éthyl-2 naphtol-3* qui, à notre connaissance, n'a pas encore été décrit.

---

(1) Henri Wahl, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 521.

Pour y parvenir, la cétone obtenue par le procédé précédent a été soumise à la réduction selon Clemmenssen. En prenant quelques précautions, notamment en renouvelant l'acide chlorhydrique comme l'indique G. Lévy (2) et en présence de toluène (3), nous avons obtenu avec un rendement de 50 % environ une fraction principale bouillant de 150 à 160° sous 18mm. Traitée par une solution alcoolique d'acide picrique, cette fraction donne un abondant précipité d'un *picrate* en aiguilles orangées fondant à 116° après recristallisation de l'alcool (Analyse : Azote, tr. % 10,4; calc. pour $C_{13}H_{14}O + C_6H_3O_7N_3$, 10,1).

O CH₃ / CO CH₂ CO₂ CH₃ → O CH₃ / CO CH₃

O CH₃ / CH₂ CH₃ → OH / CH₂ CH₃

Ce picrate a été décomposé par l'ammoniaque; l'huile ainsi régénérée présente un point d'ébullition constant de 155-157° sous 18mm. Densité D_4^{15} 1,052, N_D^{14} 1,599; sa composition répond à la formule $C_{13}H_{14}O$ de l'*éthyl-2 méthoxy-3 naphtalène*, liquide mobile à odeur agréable. (Analyse : tr. % C 84,3; H 7,6; calc. C 83,8; H 7,58.)

Sous l'action des agents usuels, en particulier par ébullition au sein du benzène en présence de chlorure d'aluminium ou par simple chauffage à reflux avec un mélange d'acide bromhydrique et acétique, il est facile de passer au naphtol correspondant. Cet *éthyl-2 naphtol-3* se présente en petits cristaux blancs (éther de pétrole) fondant à 78°, Éb. 205-208° sous 24mm, très soluble dans la plupart des solvants organiques, peu soluble dans l'eau froide, plus soluble à chaud. (Analyse : tr. % C 83,7; H 7,0; calc. pour $C_{12}H_{12}O$, C 83,7; H 6,9.)

La fonction phénolique a été caractérisée par la formation d'un dérivé acétylé par ébullition du naphtol avec l'anhydride acétique; ce dérivé recristallise d'un mélange d'eau et d'alcool en magnifiques paillettes blanches fondant à 47° (analyse : Tr. % C 78,35; H 6,4. Calc. pour $C_{14}H_{14}O_2$ C 78,5; H 6,54). Le dérivé *benzoylé* se forme en agitant une solution alcaline du naphtol avec du chlorure de benzoyle. Il cristallise de l'alcool méthylique ou de l'éther de pétrole en petits prismes blancs F 69°5. (Analyse : Tr. % C 82,9; H 5,9. Cal. pour $C_{19}H_{16}O_2$ C 82,6; H 5,79.)

Nous nous sommes assurés que la réduction de l'hydroxy-2 acétyl-3 naphtalène conduit directement au même éthylnaphtol, mais le rendement est alors beaucoup plus faible par suite de réactions secondaires sur lesquelles nous reviendrons.

---

(2) *Ann. Chimie*, 2e série, 9, 1938, p. 5.

(3) Martin, *J. Am. Chem. Soc.*, 58, 1936, p. 1438.

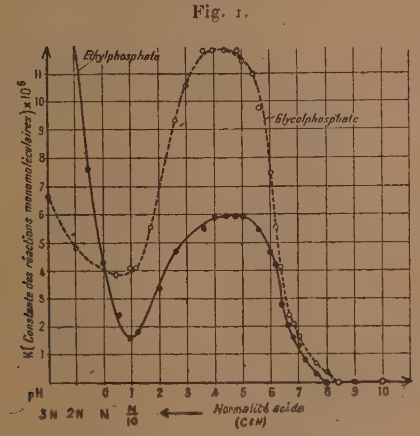
La synthèse de l'éthyl-2 naphtol-3 complète la série des éthylnaphtols dont quelques isomères seulement ont été décrits, et sa parenté avec quelques produits naturels nous paraît mériter une étude plus complète.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrolyse chimique des monoesters phosphoriques de l'éthanol et de l'éthylène-glycol.* Note de M. **André Desjobert**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les monoesters orthophosphoriques sont en général des corps très résistants à l'action des agents chimiques d'hydrolyse. Très stables en milieu alcalin, ils sont lentement hydrolysés en milieu acide; cette hydrolyse atteint d'abord un maximum en milieu faiblement acide, diminue ensuite lorsque l'acidité augmente, puis croît rapidement en présence d'acides concentrés (1) à (4).

Nous nous sommes proposé d'étudier d'une façon plus détaillée les particularités de cette hydrolyse. Nous avons d'abord vérifié qu'à divers pH, la libération d'acide phosphorique à partir des monoesters de l'éthanol et de l'éthylène-glycol est bien une réaction d'hydrolyse. Les quantités d'acide phosphorique libéré d'une part et d'alcool libéré d'autre part sont équivalentes. L'éthanol a été dosé par oxydation nitrochromique et le glycol à l'aide de l'acide periodique, l'ester non décomposé ne réagissant pas avec le réactif oxydant utilisé. De même, nous avons vérifié pour divers pH que la libération de l'acide phosphorique des deux esters s'effectue selon une réaction monoléculaire.

Fig. 1.



Hydrolyse à 100°, en fonction du pH, des acides { éthylphosphorique (sol. 0,05 M) : ———— ; glycolphosphorique (sol. 0,05 M) : - - - - - - }

La figure 1 représente l'hydrolyse des deux esters en fonction du pH.

(1) P. Fleury et J. Courtois, *Bull. Soc. Chim. France*, 8, 1941, p. 75.
(2) P. Fleury et J. Courtois, *Bull. Soc. Chim. France*, 9, 1942, p. 570.
(3) C. Bailly, *Thèse Doct. Sc. Phys.*, Paris, 1941.
(4) P. Fleury, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 416.

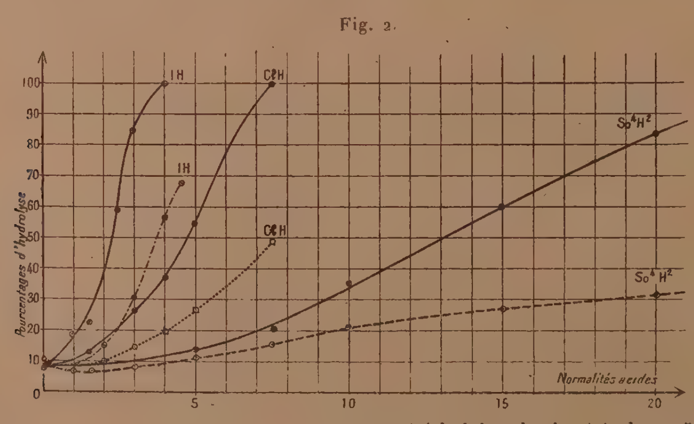
Les deux esters se comportent d'une façon similaire : l'hydrolyse débute en milieu faiblement alcalin, croît régulièrement jusque vers pH 4,0-5,0, diminue ensuite jusque vers pH 1,0 et augmente à nouveau avec l'acidité.

En vue d'interpréter ces résultats, nous avons déterminé électrométriquement les courbes de neutralisation par la soude des acides éthylphosphorique et glycolphosphorique.

Les deux acidités libres de l'acide éthylphosphorique sont complètement neutralisées à pH 8,0, et c'est précisément au-dessus de ce pH que la vitesse d'hydrolyse devient pratiquement nulle. D'autre part, le pH (4,0), auquel l'acidité la plus forte est neutralisée, correspond sensiblement au pH optimum d'hydrolyse (pH 4.0). D'ailleurs, on peut remarquer qu'au cours de la neutralisation, l'addition d'une faible quantité de soude fait varier rapidement le pH de 3,0 à 5,5, zone où, par contre, la vitesse d'hydrolyse est assez peu influencée par le pH.

Il est possible de faire des constatations parallèles avec l'acide glycolphosphorique : les deux acidités libres sont neutralisées en milieu un peu plus alcalin que celles de l'acide éthylphosphorique; précisément, on note vers pH 8,0 une légère hydrolyse du glycolphosphate qui n'est pas observée avec l'éthylphosphate. La première acidité est neutralisée à pH 4,5 environ et correspond sensiblement au pH optimum d'hydrolyse. En résumé, avec ces deux esters, tout se passe comme si au-dessus de pH 1,0, l'hydrolyse était fonction de la proportion de sel acide $R-O-PO_2MH$ présente dans le milieu. Au-dessous de pH 1,0, le phénomène présente une allure différente, attribuée par Mlle Bailly (*loc. cit.*) à l'action catalytique des ions (H^+) sur l'hydrolyse de la fonction ester. Il nous a paru intéressant de comparer l'action de divers acides en fonction de leur concentration.

Fig. 2.



Hydrolyse par les acides minéraux (6^h, 100°) des acides { éthylphosphorique (sol. 0,025 M) : ———— ; glycolphosphorique (sol. 0,025 M) : — — — —

Ces résultats sont rassemblés dans la figure 2.

Qualitativement, les résultats sont identiques et le divers acides minéraux

utilisés se classent, d'après leur intensité d'action, dans le même ordre. D'autre part, dans les deux cas, les trois hydracides sont nettement plus actifs que les acides nitrique et sulfurique. Ce dernier caractère, particulièrement net, permet de rapprocher à nouveau les esters phosphoriques des éther-oxydes qui sont plus rapidement clivés par les hydracides que par les autres acides.

Si nous cherchons maintenant à différencier les deux esters étudiés, il ressort de notre figure que, au dessus de pH 1,0, l'acide glycolphosphorique est hydrolysé plus rapidement que l'acide éthylphosphorique, mais que nous observons l'inverse en dessous de pH 1,0 Cette différence nous paraît imputable à la présence pour l'un des esters d'une seconde fonction dans le reste carbonisé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés sulfurés de l'anéthol et de l'estragol.* Note [1] de MM. **Ollivier Gaudin** et **Noël Lozac'h**, présentée par M. Paul Pascal.

En collaboration avec René Pottier, l'un de nous a montré que, dans l'action du soufre sur l'anéthol à 200°, il se forme un composé de formule $CH_3O—C_6H_4—C_3HS_3$, fondant à 108°,5. Cette Note a pour objet de compléter l'étude de ce composé.

En premier lieu, nous avons voulu préciser le rôle que joue la double liaison dans la chaîne latérale de l'anéthol. Pour cela, nous avons fait agir le soufre sur l'estragol, où une chaîne allylique remplace la chaîne propénylique de l'anéthol. En opérant comme pour l'anéthol, on peut isoler un composé (A) fondant aussi à 108°,5, seul ou mélangé avec le trithioanéthol. L'analyse de (A) confirme son identité avec le trithioanéthol :

Calculé (pour $CH_3O—C_6H_4—C_3HS_3$) % C 49,97; H 3,35; S 40,02. Trouvé % : C 49,4, 49,6; H 3,09, 3,10; S 38,3, 38,8.

On voit donc que la position de la double liaison éthylénique dans le composé initial n'influe pas sur la nature du produit trisulfuré.

Pour préciser la structure du radical trisulfuré nous avons fait agir (A) sur une solution iodo-iodurée d'azoture de sodium. On sait que les thiones et les thiols provoquent un dégagement rapide d'azote dans ce réactif. L'essai avec (A) ayant été négatif, nous en avons déduit qu'il est très improbable que ce corps contienne des fonctions thione ou thiol. Les atomes de soufre doivent donc être liés au reste de la molécule par des simples liaisons, au sens électronique, c'est-à-dire des liaisons semi-polaires.

Des précisions intéressantes ont été apportées par une autre expérience. Dans la Note précédente, il a été signalé que l'acide nitrique ou le perhydrol oxydent le trithioanéthol en acide anisique. Nous avons repris l'étude de cette

---

[1] Séance du 17 février 1947.

oxydation, en employant comme agent oxydant une solution acétonique de permanganate de potassium, à la température ordinaire. Nous avons pu mettre en évidence que, dans ces conditions, l'oxydation se fait en deux stades. Le premier, très rapide, peut se formuler ainsi

$$R—C_3HS_3 + 4O = R—C_3HOS_2 + SO_3.$$

Le deuxième stade, beaucoup plus lent, s'écrit

$$R—C_3HOS_2 + 11O = R—CO_2H + 2SO_3 + 2CO_2.$$

Pour isoler le composé intermédiaire (B), on met une quantité de permanganate correspondant à 6O par molécule de (A), en admettant l'équation

$$2MnO_4K = 2MnO_2 + K_2O + 3O.$$

On laisse reposer jusqu'à décoloration totale du permanganate. On filtre la solution acétonique. Le précipité contient en particulier de l'anisate de potassium, d'où l'on peut extraire de l'acide anisique. La solution acétonique, par distillation, abandonne des cristaux rouge brun des corps (B), fondant à 115°.

Analyse : Calculé (pour $CH_3O—C_6H_4—C_3HOS_2$) % : C 53,57; H 3,57; S 28,57. Trouvé % : C 53,55, 53,25; H 3,88, 3,80; S 28,70; 28,65.

Conclusion. — Les trois atomes de soufre du groupe $—C_3HS_3$ ne sont pas équivalents. On peut remplacer un de ces atomes par un atome d'oxygène, le reste de la molécule n'étant pas altéré. Il est vraisemblable que ce soufre mobile appartient à une fonction persulfure

$$>S \vdash S$$

Si l'on pousse plus loin l'oxydation, le reste du groupe sulfuré est dégradé profondément : il se forme une fonction acide, $—CO_2H$.

De l'ensemble des résultats acquis, il semble permis de déduire que le trithioanéthol possède une formule développée du type suivant

```
S————————S<S                    S————————S<S
|        |                      |   φ    |
R—C      C—H       ou mieux     R—C      CH
   \    //                         \    /
     C                               C
```

φ désigne dans la deuxième formule un groupe de six électrons de valence analogue à celui du noyau benzénique. D'une façon analogue, ce nouveau cycle peut être considéré comme l'équivalent sulfuré du pyrazole.

Le corps (A) que nous avons jusqu'ici nommé *trithioanéthol* serait un sulfure de (*p*-méthoxyphényl) dithiacyclopentadiène. Le corps (B), d'une manière analogue, serait un oxyde de (*p*-méthoxyphényl) dithiacyclopentadiène.

Les analyses indiquées dans cette Note ont été effectuées au Centre de microanalyse du C. N. R. S.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du cæsium sur l'allylbenzène.* Note de M. **Jean de Postis**, présentée par M. Louis Hackspill.

L'expérience montre que le cæsium métallique, immergé sous le toluène pur, attaque ce carbure avec dégagement d'hydrogène et formation du corps $C_6H_5 - CH_2Cs$ ([1]). La même réaction a lieu si l'on opère avec une solution de toluène dans l'éther anhydre. Ce solvant semble n'avoir qu'une action très lente sur le cæsium métal, à condition d'être rigoureusement exempt d'humidité et d'alcool.

J'ai refait des expériences analogues en remplaçant le toluène par de l'allylbenzène $C_6H_5 - CH_2 - CH = CH_2$.

J'ai préparé ce carbure par la méthode de Tiffeneau ([2]). L'allylbenzène a été introduit en quantité calculée sur une masse connue de cæsium immergée sous de l'éther. Une vive réaction prend bientôt naissance avec dégagement d'hydrogène et formation d'un produit floconneux, rouge vif, très volumineux. La réaction est rapide et quantitative. L'organo-métallique formé absorbe rapidement le gaz carbonique en se décolorant. Si l'on reprend par l'eau, le sel de cæsium formé se dissout et l'on peut libérer l'acide organique par l'acide chlorhydrique dilué et l'extraire à l'éther.

L'évaporation de la couche éthérée laisse principalement un corps incolore, cristallisé en longues aiguilles, et une petite quantité d'une huile très épaisse et apparemment incristallisable. Le solide recristallisé, fond à 86° sans décomposition et est à peu près inodore. Chauffé quelques heures avec de l'eau pure, il se transforme en un corps jaune à forte odeur phénolique et cristallisant en aiguilles brillantes fondant au delà de 90°. Ce corps présente toutes les réactions de l'α-naphtol : en particulier, précipitation de flocons violets avec le chlorure ferrique et naissance d'une coloration violette très nette avec l'iode en milieu alcalin. (Par comparaison, ces réactifs ne donnent rien avec l'acide primitif non transformé par chauffage prolongé.)

On est donc conduit à admettre que le corps cristallisé extrait à partir de l'organo-métallique carbonaté, n'est autre que l'acide phénylisocrotonique $C_6H_5 - CH = CH - CH_2 - COOH$; cet acide a en effet toutes les caractéristiques du corps obtenu, et sa cyclisation en α-naphtol par simple chauffage est bien connue ([3]) :

```
      CH       CH                     CH       CH
   /     \\  /    \\               /     \\  /    \\
 CH        C        CH          CH        C        CH
 ||        |  OH    |           ||        |        |
 CH        CH       CH2         CH        C        CH
   \     //   |   /               \     //  \    //
      CH       CO                     CH       C
                                               |
                                               OH
```

(1) J. de Postis, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 398.

(2) *Comptes rendus*, 139, 1904, p. 482.

(3) Fittig et Erdmann, *Ann. Chem. Pharm.*, 227, 1885, p. 258.

D'après la constitution de l'allylbenzène, il semblerait que l'on doive obtenir le corps $C_6H_5-CHCs-CH=CH_2$; mais l'expérience laisse plutôt entrevoir la formation de $C_6H_5-CH=CH-CH_2Cs$. Or ces deux corps sont isomères synioniques; il est donc naturel d'écrire comme formule de l'organo-métallique

$$(\ddot{C}_6H_5-\bar{C}H-\bar{C}H-\bar{C}H_2)^-,\ Cs^+.$$

L'ion tripolaire prenant naissance ici est le conjugué de l'ion tripolaire de l'alcool $C_6H_5-CHOH-CH=CH_2$ (4).

En résumé, le cæsium réagit sur l'allylbenzène en donnant un composé organo-cæsique qui, par carbonatation, fournit l'acide phénylisocrotonique, cyclisable en α-naphtol.

GÉOLOGIE. — *Observations sur la géologie du Quaternaire et l'archéologie préhistorique dans la vallée de la Seine.* Note (1) de Mme **Laure J. Lhoste.**

De nombreuses coupes géologiques ont été publiées depuis un siècle, ainsi que des découvertes d'outillage préhistorique. Leur localisation dans le cadre de nos connaissances actuelles sur le Quaternaire n'avait pu être faite en l'absence d'une échelle de comparaison. D'autre part l'identification des industries préhishoriques n'a pas toujours été très exacte.

J'ai analysé les coupes publiées et examiné une grande partie de l'outillage. En particulier, j'ai pu montrer que le *Chelléen* de Mantes n'est pas de l'Abbevillien, mais de l'Acheuléen moyen et supérieur.

Toute tentative de chronologie doit s'appuyer sur les niveaux marins et sur les glaciations. Il apparaît de plus en plus que la localisation se fait beaucoup mieux par comparaison avec les terrasses marines qu'avec les *épisodes* glaciaires dont le nombre reste indéfini.

La chronologie archéologique s'appuie sur celle de la vallée de la Somme.

Dès maintenant, voici les niveaux reconnus, en commençant par les plus récents :

1. Terre à briques avec Paléolithique supérieur.
2. Loess récent III ou Ergeron. Faune de steppes à Spermophiles. Outillage Levalloisien terminal et Moustérien terminal (Épisode glaciaire Würm III).
3. Cailloutis interloess.
4. Loess récent II (Würm II).
5. Cailloutis interloess.
6. Loess récent I (Würm I). Micoquien final de Saint-Pierre-lès-Elbeuf.
7. Cailloutis ou sol.

---

(4) Prévost et Kirrmann, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 49, 1931, pp. 194 et 1309.

(1) Séance du 17 janvier 1947.

8. Tyrrhénien II (= ex-Monastirien = Normannien). Interglaciaire Riss-Würm. C'est l'époque du remblaiement de la terrasse de 15^{m} et de l'altération du Loess ancien rissien, en Argile rouge fendillée à Acheuléen supérieur (Micoquien).

9. Loess anciens (Rissien), encore difficiles à subdiviser dans la vallée de la Seine.

10. Tyrrhénien I = Interglaciaire Mindel-Riss. C'est l'époque du remblaiement de la terrasse de 30^{m}. Une des bonnes coupes est celle de Mantes-la-Ville où le niveau supérieur fluviatile contient de l'Acheuléen. Les niveaux inférieurs ne sont pas connus. Il est donc impossible de savoir s'ils contiennent de l'Abbevillien, comme dans la terrasse de 30^{m} de la Somme. L'outillage abbevillien remanié de Chelles pourrait appartenir à ce niveau.

11. Terrasse de 55-60^{m}. Connue depuis la Forêt de Fontainebleau jusque dans la région de Rouen, cette terrasse n'a livré aucun outillage. Elle correspond théoriquement au remblaiement milazzien. Il serait souhaitable d'y faire des fouilles afin de rechercher l'outillage abbevillien dont c'est la place reconnue en Afrique.

12. La présence d'autres niveaux de cailloutis d'origine fluviatile à des altitudes supérieures et de « sables granitiques » à des niveaux inférieurs me paraît démontrer : 1° que la plupart des sables miocènes situés en aval de Mantes ne sont pas en place, mais remaniés lors du remblaiement des terrasses de 15 et 30^{m}; 2° que le creusement de la vallée de la Seine a commencé bien avant le Quaternaire.

GÉOLOGIE. — *Sur les migmatites de la Bigorre.*
Note de M. **Pierre Hupé**, présentée par M. Charles Jacob.

L'interprétation des gneiss pyrénéens comme des migmatites résulte des études de E. Raguin [1] dans la moitié orientale de la chaîne.

Je suis amené à étendre cette interprétation aux gneiss et granites associés, aux aplites et microgranites, aux granulites, pegmatites et schistes cristallins de la zone axiale et de la bordure secondaire au Nord du granite intrusif du Néouvielle.

Il n'y a pas lieu d'insister ici sur les caractères pétrographiques des migmatites de la Bigorre, identiques dans l'ensemble à celles qui ont été décrites plus à l'Est.

Leur intérêt particulier réside dans le niveau exceptionnellement élevé de leur front. En effet, tandis que dans les régions examinées par E. Raguin, ce front se situe très bas dans la série paléozoïque, à plusieurs centaines ou plusieurs milliers de mètres au-dessous du Gothlandien, en Bigorre, au contraire, les

---

[1] *Bull. Soc. Géol. de France*, 5e série, 8, 1938, et *Géologie du Granite*, 1946.

gneiss ne sont séparés de ce dernier que par une centaine de mètres de micaschistes correspondant au sommet de l'Ordovicien. Le Gothlandien lui-même et une bonne partie du Dévonien sont inclus dans la zone des diadysites ([2]). Plus haut, le métamorphisme se poursuit à travers tout le Dévonien, transformé en schistes à andalousite. Par contre, le Carbonifère est normal.

Ce métamorphisme est lié à la mise en place des migmatites. Il s'agit bien, suivant l'expression de E. Raguin, d'un *effet d'auréole* qui se déplace verticalement en suivant les fluctuations du front des migmatites particulièrement importantes dans la région.

C'est ainsi qu'à 8^{km} à l'Ouest des gneiss du Pic du Midi, dans la vallée de Luz, par suite d'une rapide descente du front, le Paléozoïque, Ordovicien compris, reprend des caractères normaux. A la même distance vers l'Est, le Dévonien est dépouvu d'andalousite macroscopique. Vers le Nord, le front de migmatites s'abaisse encore, mais plus lentement : des niveaux calcaires de l'Ordovicien supérieur qui, dans le Massif du Pic, se trouvent englobés dans les embréchites, apparaissent dans les diadysites à 6^{km} au Nord (Massif de Lesponne) et à la limite supérieure de celles-ci dans la zone secondaire.

Dans l'ensemble, le front de migmatites apparaît donc en Bigorre comme une intumescence à grand rayon de courbure. Sa mise en place, datée par le métamorphisme qui l'accompagne, s'est faite au plus tôt à la fin du Dévonien. Mais il est probablement possible de la rajeunir davantage. On observe en effet, près du Col d'Aouet, au voisinage immédiat des gneiss du Pic du Midi et au-dessus des lydiennes de base du Carbonifère, un filon de microgranite qui appartient très probablement au système filonien des diadysites.

Dans cette hypothèse, la montée du front de migmatites aurait eu lieu au plus tôt pendant le Carbonifère. On peut peut-être aller plus loin et considérer les effets de stress inscrits dans les migmatites (plis ptygmatiques, rubannement des gneiss, etc.) comme des phénomènes syntectoniques des mouvements hercyniens, la mise en place des granites post-tectoniques du type Néouvielle et celle des migmatites représentant deux modalités dans la montée d'un unique magma.

GÉOLOGIE. — *L'échelle stratigraphique de l'Antécambrien au Sahara.* Note de M. **Roman Karpoff**, présentée par M. Charles Jacob.

Une Note récente de M. Conrad Kilian ([1]) expose, sur la stratigraphie du Précambrien d'Afrique, et plus particulièrement du Sahara, quelques idées qui appellent de ma part les remarques qui vont suivre.

([2]) Selon la terminologie de J. Jung et M. Roques (*Rev. Soc. Hist. Nat. Auvergne*; Nouv. série, t. II, 1936).

([1]) E. Haug, *Traité de Géologie*, I, p. 566.

Le Précambrien, ou mieux *l'Antécambrien*, terme adopté par E. Haug ([2]) pour ne prêter à aucune ambiguïté, correspond à la plus longue des durées géologiques, évaluée aux trois quarts de l'histoire de la Terre. Si l'on en fait une *ère*, les divisions premières seront des *systèmes*. En ce qui concerne l'Antécambrien, chacun de ceux-ci se limite vers le haut et vers le bas par des discordances majeures; un système déterminé pourra en outre se caractériser par ses roches éruptives; un autre système, par le volume réduit ou même l'absence de telles roches éruptives. C'est ainsi que procèdent dans leurs coupures les géologues scandinaves, à la suite de leur long et patient travail sur des terrains admirablement préparés à l'observation par les érosions glaciaires.

Le Sahara possède, lui aussi, de très beaux affleurements et de très belles séries de base dans ses montagnes élevées, et il revient à C. Kilian le mérite d'en avoir, en 1922, démontré l'âge antécambrien, puis, en 1932, d'avoir établi au Hoggar une importante coupure. Débutant par un conglomérat de base, son Pharusien repose en discordance sur son Suggarien ([3]). Ainsi ont été démêlées deux divisions principales dans l'Antécambrien.

Mais en 1937, C. Kilian a déclaré que dans le Pharusien et le Suggarien devraient rentrer *tous* les terrains de l'Antécambrien du Sahara. Il écrit en effet: « Quand d'autres discordances indiscutables seront découvertes, elles devront être situées par rapport à celle-là (la discordance définie en 1932), et si elles sont au-dessus ou au-dessous, plus récentes ou plus anciennes, elles permettront de diviser le Pharusien ou le Suggarien » ([4]). C'est contre cette affirmation que je crois devoir m'élever.

En 1946, j'ai individualisé un conglomérat dans le Timétrine, puis à Tessalit et à l'Oued Tahort dans l'Adrar des Iforas ([5]). Ce conglomérat, pour lequel j'ai proposé le nom de *Nigritien*, est quelquefois extrêmement épais; il est souvent accompagné à sa base d'importantes émissions de rhyolites (Oued Tahort). Il repose, en outre, sur un ensemble de terrains généralement peu métamorphiques, situés à leur tour, au Nord du Timétrine, sur des terrains fortement métamorphiques et migmatitiques par endroits.

La série au-dessus de cette discordance débutant par un conglomérat de base, correspond très probablement à celle du Pharusien sur le Suggarien. En une autre région de l'Adrar des Iforas et axé sur la ligne des crêtes passant par le Mont Achamor, il est encore connu un conglomérat correspondant, sans doute, au conglomérat de base pharusien ([6]). Les terrains qui surmontent cette discordance, bien qu'en général très peu

---

([2]) *Comptes rendus*, 224, 1947, pp. 350-352.

([3]) *C. R. Somm. Soc. Géol. Fr.*, 1932, p. 87.

([4]) *Chron. Mines Col.*, n° 58, janv. 1937, pp. 21-22.

([5]) *Comptes rendus*, 223, 1946, pp. 428-429.

([6]) M. Lelubre, *Trav. Inst. Rech. Sahariennes*, II, 1943, Alger; R. Karpoff, *Comptes rendus*, 221, 1945, pp. 512-513.

métamorphiques, le sont par contre d'autres fois et comportent une quantité de bourgeons éruptifs, par exemple à l'est d'In Azarraf. Les migmatites y apparaissent, ainsi que des granites à biotite et des granites à pyroxène ou amphibole sodiques. A l'Adrar Denat, ces granites traversent la discordance entre le Pharusien et le Suggarien. On les retrouve ailleurs dans l'Adrar des Iforas, où ils forment les massifs culminants les plus étendus (Adrars Tiraouanine, Tachdait-Timadjelalène, Ilebdjane, Bouressa). Des masses plus petites de gabbros ont précédé l'apparition de ces granites, gabbros qui semblent, eux aussi, recouper la discordance entre le Pharusien et le Suggarien. En outre, j'ai démontré qu'un granite au moins était plus ancien que le conglomérat de base pharusien qui en renferme des galets.

Soulignée par le conglomérat nigritien et contrairement à ce qui se passe à la limite entre Pharusien et Suggarien, *la discordance supérieure est plus récente que les grandes masses éruptives*, principalement granitiques, car le conglomérat nigritien renferme des galets de ces granites à Tessalit et à l'Oued Tahort. Cependant, par sa tectonique aux plis violents et par son léger métamorphisme, ayant donné de la séricite et de l'épidote, métamorphisme inconnu dans le Cambro-Ordovicien non métamorphique, le Nigritien appartient encore aux séries antécambriennes. *Plus récent que les granites des grands massifs, il correspond à une coupure géologique de premier ordre. Le Nigritien a donc rang au moins de système*, et ne peut de ce fait former une subdivision du Pharusien. C'est pourtant la proposition de C. Kilian dans sa Note récente, de scinder le Pharusien en une partie supérieure ou Nigritien et en une partie inférieure ou Relaïdinien. Le Relaïdinien ne saurait être retenu; par contre le Pharusien prend une signification géologique précise. C'est un système discordant sur un autre, le Suggarien, et il est plus ancien que le système Nigritien qui l'a recouvert en discordance, après la mise en place de certaines masses éruptives majeures, surtout acides. Ces masses éruptives majeures recoupent, je le répète, le Pharusien.

Compte tenu de ces données, mais laissant place à de nouvelles découvertes, l'échelle stratigraphique suivante doit prévaloir pour l'Antécambrien du Sahara:

Antécambrien III.......... Nigritien,
» II.......... Pharusien,
» I.......... Suggarien.

IONISATION ATMOSPHÉRIQUE. — *Au sujet de l'équilibre ionique dans la basse atmosphère.* Note (¹) de M. **Jacques Gilbert**, présentée par M. Charles Maurain.

Si n_1, n_2, N_1, N_2, N_0 sont respectivement le nombre par centimètre cube de petits ions positifs, de petits ions négatifs, de gros ions positifs, de gros ions négatifs et de noyaux neutres, c'est-à-dire de particules dont l'attachement

(¹) Séance du 13 janvier 1947.

transforme un petit ion en gros ion, l'équilibre ionique peut s'exprimer par les relations de Gish et Sherman [2], à savoir

$$\text{(I)} \qquad \begin{cases} \eta_{10} n_1 N_0 = \eta_{21} n_2 N_1, \\ \eta_{20} n_2 N_0 = \eta_{12} n_1 N_2. \end{cases}$$

Si l'on considère les moyennes d'une longue série de déterminations expérimentales de n_1, n_2, N_1, N_2, N_0, on devra avoir $N_0 n_1/N_1 n_2 = \text{const.}$, $N_0 n_2/N_2 n_1 = \text{const.}$

Dans ses mesures, effectuées à Paris et Chambon-la-Forêt, Mme Thellier [3] déduisait N_0 de la relation : $N_A = N_0 + N_1 + N_2$, N_A étant le nombre de noyaux mesurés au compteur d'Aitken, N_1 et N_2 étant mesurés à l'aide d'un compteur de gros ions. Soit T_0 le nombre ainsi calculé : $N_A = T_0 + N_1 + N_2$. Il ne vérifie pas les relations I, mais on a pu mettre en évidence des relations de la forme

$$\text{(II)} \qquad \begin{cases} \eta_{10} n_1 (T_0 + P) = \eta_{21} n_2 N_1, \\ \eta_{20} n_2 (T_0 + P) = \eta_{12} n_1 N_2, \end{cases}$$

où P est un nombre constant lorsque T_0, n_1, n_2, N_1, N_2 varient.

On peut les interpréter en admettant que, en dehors des noyaux d'Aitken, il y a des centres ne jouant pas le rôle de noyaux de condensation.

Soient respectivement N'_0, N'_1, N'_2, P_0, P_1, P_2 le nombre de noyaux d'Aitken neutres, chargés positivement et négativement, et le nombre correspondant de centres neutres. On aura

$$\text{(III)} \qquad \begin{cases} N_1 = N'_1 + P_1, \quad N_0 = N'_0 + P_0; \\ N_2 = N'_2 + P_2, \quad N_A = N'_0 + N'_1 + N'_2 \end{cases}$$

et, de plus,

$$N_A = T_0 + N_1 + N_2.$$

Avec ces notations, les équations de Gish s'écriront

$$\text{(IV)} \qquad \begin{cases} \eta_{10} n_1 (N'_0 + P_0) = \eta_{21} n_2 N_1, \\ \eta_{20} n_2 (N'_0 + P_0) = \eta_{12} n_1 N_2; \end{cases}$$

or, d'après (III),

$$N'_0 + P_0 = T_0 + P_0 + P_1 + P_2.$$

Les relations (II), mises expérimentalement en évidence, sont identiques aux relations de Gish sous la forme (IV), si l'on pose

$$P = P_0 + P_1 + P_2;$$

P représente le nombre total de centres supplémentaires, que les relations de

---

(2) *Ionic equilibrium in the troposphère and lower stratosphère* (*International Association of terrestrial magnétism and electricity*. Washington, Assembly Sept. 1939).

(3) *Annales de l'Institut de Physique du Globe de Paris*, **19**, p. 107, Thèse Paris, 1941.

Gish permettent donc de déterminer. Celles-ci peuvent s'écrire sous la forme,

$$\text{(V)}\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{n_2 N_1}{n_1 N_0} &= \frac{\eta_{10}}{\eta_{20}}\left(1+\frac{P}{T_0}\right),\\ \frac{n_1 N_2}{n_2 N_0} &= \frac{\eta_{20}}{\eta_{12}}\left(1+\frac{P}{T_0}\right),\end{aligned}\right.$$

montrent que $n_2 N_1/n_1 N_0$, $n_1 N_2/n_2 N_0$ sont respectivement fonctions linéaires de $1/T_0$.

L'ordonnée à l'origine de la droite représentative donnera la valeur des rapports η_{10}/η_{21}, η_{20}/η_{12}, et, de la pente, on pourra déduire la valeur de P.

Cette méthode a été appliquée aux mesures de Mme Thellier [4] (Chambon, 1938-1939; Paris, 1934-1935), en adoptant les valeurs,

Chambon (sauf août).......... $\frac{\eta_{10}}{\eta_{21}} = 0,0334$, $\frac{\eta_{20}}{\eta_{12}} = 0,0474$;

Paris.......................... $\frac{\eta_{10}}{\eta_{21}} = 0,077$, $\frac{\eta_{20}}{\eta_{12}} = 0,123$.

Pour le mois d'août 1938, qui présente à Chambon une singularité électrique déjà signalée par Mme Thellier [3], les rapports doivent être

$$\frac{\eta_{10}}{\eta_{21}} = 0,0334, \qquad \frac{\eta_{20}}{\eta_{12}} = 0,0935.$$

C'est à partir de l'ensemble des données, pour Chambon et Paris, respectivement, qu'ont été déterminées ces valeurs des ordonnées à l'origine. On a ensuite tracé les droites passant par cette ordonnée à l'origine, et s'ajustant le mieux aux points expérimentaux. Pour Chambon, une droite a été tracée pour chaque heure de mesure (9^h, 13^h, 17^h) de chaque mois, les mesures étant classées par valeurs croissantes de T_0, et chaque point correspondant à la moyenne de 6 à 10 mesures. Pour Paris, on a seulement distingué saison chaude et saison froide.

Le tableau suivant donne le résultat des déterminations de P; les lignes (1) et (2) donnent les valeurs de P obtenues respectivement à partir de la première et de la deuxième des relations V.

		Chambon						Paris	
		Juin.	Juillet.	Août.	Sept.	Octobre.	Février.	Été.	Hiver.
9^h	1.......	28000	25000	20000	26000	31000	43000	43000	180000
	2.......	25000	27000	24000	35000	32000	53000	43000	200000
13^h	1.......	31000	22000	19000	33000	29000	36000	20000	–
	2.......	34000	19000	18000	35000	27000	37000	23000	–
15^h	1.......	–	–	–	–	–	–	34000	170000
	2.......	–	–	–	–	–	–	34000	150000
17^h	1.......	25000	25000	13000	23000	–	35000	–	190000
	2.......	23000	23000	11000	22000	–	43000	–	190000

[4] Résultats non entièrement publiés.

Il paraît résulter de ce tableau :

1° que les relations d'équilibre de Gish et Sherman sont applicables à condition de tenir compte, en dehors des noyaux d'Aitken, de centres ne jouant pas le rôle de noyaux de condensation ;

2° que le nombre de centres supplémentaires est sensiblement constant à Chambon (voisin de 30 000) ;

3° que le nombre de centres est, à Paris, beaucoup plus élevé en hiver qu'en été.

BOTANIQUE. — *Sur l'organisation d'une Balanophoracée :* Thonningia coccinea *Vahl.* Note (¹) de M. **Georges Mangenot**, présentée par M. Roger Heim.

La famille des Balanophoracées comprend un petit nombre d'espèces, toutes holoparasites sur des racines de Phanérogames et dont la plupart habitent les forêts tropicales d'Amérique et d'Indonésie ; en Afrique tropicale n'existe que le genre *Thonningia* comprenant deux espèces : *Th. coccinea* Vahl. et *Th. sessilis* Lec. L'organisation des plantes de cette famille, en dépit de travaux déjà anciens, dont les meilleurs sont ceux de E. Heinricher (²) et de M. Strigl (³) sur divers *Balanophora* d'Indonésie, n'est pas connue. Sur le genre *Thonningia* en particulier, n'existe qu'une étude, par H. Lecomte, de *Th. sessilis* (⁴).

Th. coccinea révèle sa présence par ses capitules unisexués (diœcie), d'un rouge vif, affleurant à la surface du sol. Le réceptacle, recouvert extérieurement de feuilles écailleuses rouges, est porté au sommet d'une courte tige qui s'insère elle-même, à une dizaine de centimètres sous le sol, sur un organe cylindrique à croissance horizontale de 5 à 10^{mm} de diamètre, assez peu ramifié, mais à branches très allongées, et dont le sommet est un cône méristématique de teinte jaune vif : H. Lecomte décrit cet organe comme un rhizome.

Nos recherches nous ont montré qu'il s'agit, en réalité, d'une racine parfaitement caractérisée : l'appareil végétatif de cette plante est réduit, comme celui d'une Monotrope (plante mycotrophe; chez les Phanérogames parasites d'autres Phanérogames, cette disposition était jusqu'ici inconnue), à une racine ramifiée produisant des inflorescences adventives. Mais cette racine est remarquable par son grand développement horizontal, sa faible ramification et ses particularités anatomiques.

Des coupes transversales sous le sommet révèlent, sous un parenchyme cortical homogène, l'ébauche d'un cylindre central, distinct par ses cellules

---

(¹) Séance du 17 février 1947.

(²) *Sitz. ber. d. Kais. Akad. d. Wiss. Wien.* (*Math. Naturwiss. Kl.*, **116**, 1907, pp. 439-465.

(³) *Ibid.*, **117**, 1908, pp. 1127-1175.

(⁴) *Journ. de Bot.*, **10**, 1896, p. 229-235.

plus petites : de section ovalaire, à grand axe horizontal, cette stèle n'a encore différencié que quelques tubes criblés, peu nombreux, périphériques, localisés dans la région médiane de la surface supérieure et de la surface inférieure.

A mesure que l'on s'éloigne du sommet, on observe les modifications suivantes. Le contour de la stèle devient un rectangle à grand côté horizontal; tandis que les tubes criblés primitifs s'atrophient, de nouveaux tubes se développent vers les bords de la stèle et, bientôt, quatre massifs de phloème se différencient, répartis deux par deux, en deux groupes opposés, sous les petits côtés du rectangle stélique. Le xylème se différencie un peu plus tard, sous forme de deux courtes séries de vaisseaux, d'emblée réticulés, à différenciation centripète, apparaissant de chaque côté entre les deux massifs criblés : dès ce moment, la stèle se présente comme un parallélépipède rectangle contenant, dans chacune de ses régions marginales, un *convergent* typique ([8]); les deux convergents opposés sont séparés l'un de l'autre par une large bande parenchymateuse.

A partir de ce moment, l'évolution de la racine passe par les stades suivants. *Dans la stèle*, les convergents vont évoluer, chacun séparément, depuis la phase alterne primitive jusqu'à la phase superposée, avec formation d'une assise génératrice libéro-ligneuse. Dans les parties âgées de la racine, chaque convergent subsiste ainsi, à l'état secondaire, sous forme de deux massifs libéro-ligneux localisés à l'un des bords de la stèle; entre chacun de ces massifs subsistent toujours quelques vaisseaux, vestiges des xylèmes alterne ou intermédiaire. Enfin, une bande sclérenchymateuse à section lenticulaire se développe, dans le parenchyme stélique, entre les deux convergents opposés. *Dans l'écorce*, se forment d'abord des piliers sclérenchymateux cylindriques (sclérites courts) répartis en couches concentriques autour de la stèle. De plus, dès que commencent, dans chaque convergent, les cloisonnements secondaires, des faisceaux libéro-ligneux surnuméraires disposés en un cercle et à orientation inverse, se forment dans l'écorce : chaque faisceau naît aux dépens d'une file unique de cellules parenchymateuses à l'intérieur desquelles interviennent des cloisonnements successifs. Ultérieurement, une assise génératrice se constitue dans chacun de ces faisceaux. L'ensemble de ces faisceaux surnuméraires est en rapport avec ceux de la stèle.

Les caractères histologiques du xylème primaire (vaisseaux courts et d'emblée réticulés), la faible longueur des cellules parenchymateuses ou scléreuses, semblent indiquer que les processus d'allongement cellulaire sont peu marqués.

L'origine des inflorescences adventives est endogène; elles naissent latéralement, en face de l'un des convergents, puis se redressent et croissent vertica-

---

([8]) G. Chauveaud, *La constitution des plantes vasculaires révélée par leur ontogénie*, Paris, 1921.

lement. La tige de l'inflorescence contient plusieurs cercles irréguliers de faisceaux libéro-ligneux à structure superposée, à orientation normale ou inverse, doublés de grêles piliers sclérenchymateux.

Ni la racine, ni les tiges adventives ne produisent, en aucune partie, d'amidon. Les noyaux offrent une structure caractéristique : chacun contient de nombreux chromocentres plus ou moins volumineux, sans réseau, comme chez les Conifères. Le nombre des chromosomes a été compté à la métaphase hétérotypique dans les cellules-mères du pollen : $n = 18$.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *La carte botanique du monde à* 1/1 000 000. Note de M. **Henri Gaussen**.

Dans une Note précédente [1] ont été indiqués quelques principes utiles pour un emploi raisonné des couleurs en cartographie botanique. Pour une carte à l'échelle de 1/1 000 000 qui aurait pour fond la carte internationale du monde, on peut imaginer une application de la méthode synthétique.

En chaque point la végétation réelle ou possible est déterminée par une série de facteurs; les plus importants sont : la température, l'humidité, la sécheresse estivale (étésianité), la lumière, la présence des saisons, le sol. Si chaque facteur était représenté par une carte monochrome, la superposition donnerait des couleurs trop complexes. Mais si on laisse du blanc chaque fois qu'un facteur est à sa valeur moyenne, on peut superposer plusieurs cartes sans trop compliquer les couleurs.

D'autre part, il faut faire intervenir la notion de facteurs de compensation. Une forte sécheresse a des effets voisins de ceux que provoque une température élevée. Il sera bon que des couleurs non identiques mais voisines représentent les facteurs susceptibles de compensation.

Avec ce procédé de synthèse on obtient des superpositions peu complexes, donc de couleurs simples; et l'on peut dès qu'on connaît les conditions biologiques d'un groupement trouver la couleur qui lui convient. On peut donc envisager une gamme de couleurs valable pour une carte du monde.

On peut proposer la gamme suivante :

Facteur température. — $t1$ très froid : points gris foncé; $t2$ froid : points gris clair; $t3$ tempéré froid : blanc; $t4$ tempéré chaud : jaune d'or; $t5$ chaud : orangé; $t6$ très chaud ; orangé rouge.

Facteur humidité. — $h1$ très sec : jaune orangé ; $h2$ sec : jaune soufre; $h3$ peu humide : blanc; $h4$ un peu humide : bleu clair; $h5$ humide ; bleu foncé; $h6$ très humide : violet bleu foncé.

Facteur étésianité. — (étés secs) $e < 7$ été suffisamment pluvieux : blanc; $e > 7$ été sec : jaune de cobalt.

(1) *L'emploi des couleurs en cartographie* (*Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 450).

Facteur lumière. — l_1 grande lumière : rose; l_2 lumière moyenne : blanc; l_3 ombre : noir indigo.

Saison de végétation. — v_1 courte saison : points; v_2 moyenne : blanc; v_3 continue : hachures verticales indigo sur le fond.

Facteur sol. — Quand il a pour effet de modifier la température ou l'humidité on modifiera la valeur de t ou de h. Cependant le sol est parfois si important qu'il faut le signaler. On peut prendre les divisions : *s*, salé : rouge vif; T abondance d'humus : croix bistres; *ca* calcaire : croix jaunes.

A titre d'exemple citons : le Hêtre a pour *formule* $t3\ h5\ l2\ v2\ e < 7$, il sera bleu foncé; l'Arganier : $t5\ h2\ l1\ v2\ e > 7$, il sera orangé rouge avec superposition de jaune cobalt.

Si deux contrées ont des couleurs analogues même si elles résultent de superpositions différentes, c'est que les conditions biologiques se ressemblent. Les plantes de l'une pourront facilement être utilisées dans l'autre. La méthode est donc fertile en renseignements intéressants.

En résumé, on voit qu'on peut donner une base raisonnée à l'emploi des couleurs et la cartographie botanique n'est pas seule à pouvoir profiter des directives données ci-dessus.

CHIMIE AGRICOLE. — *Essai de thérapeutique interne du Court-Noué des vignes de Champagne par les complexes métallo-siliciques.* Note (¹) de M. **Étienne-Marcel Bastisse**, présentée par M. Albert Demolon.

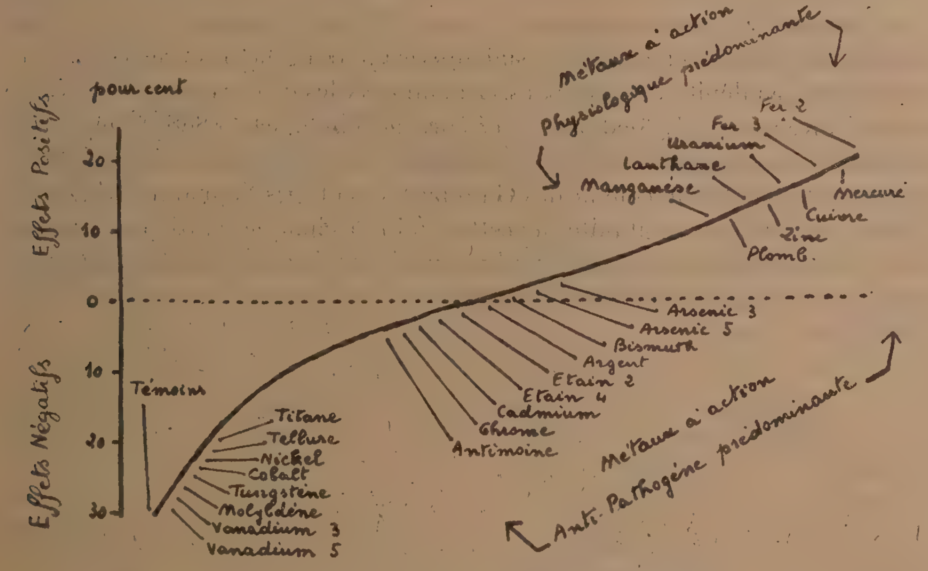
Nous avons signalé dans une Note antérieure (²) l'activité physiologique des complexes métallo-siliciques. Ces composés sont susceptibles d'être appliqués au traitement de diverses affections des plantes. Les résultats relatés dans cette Note concernent la lutte contre le Court-Noué de la vigne. Cette maladie a été attribuée aux causes les plus diverses, parasitaires, physiologiques et écologiques. Nous avons expérimenté une série de 26 produits dans les conditions suivantes.

Les essais ont porté sur 657 pieds, choisis dans le vignoble Möet et Chandon du Fort-Chabrol à Épernay ou de Mesnil-sur-Oger. Le traitement consistait à forer dans le cep un trou incliné de bas en haut à l'emplacement du bourrelet de greffe et à le bourrer de la substance à essayer, soit environ 3^g, à l'état de poudre renfermant 10 % de métal. Les essais ont d[illegible] 3 ans, de 1944 à 1946. Comme la mesure du rendement n'est pas en relat[illegible]nple avec l'état de santé des ceps, il a fallu pour apprécier les résultats, faire [illegible]ertiser les vignes. Dans ce but, trois chefs vignerons passaient tous les ans d[illegible] le vignoble, et pour chaque pied, procédaient à des mesures et appréciatio[illegible]portant sur : le

(¹) Séance du 10 février 1947.

(²) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 212.

nombre et la longueur des rameaux, leurs déformations et leur grosseur à différentes distances; l'état du système foliacé, nombre de feuilles pour chaque branche et pour l'ensemble, ainsi que les dimensions et les formes de ces feuilles; distances séparant les entre-nœuds; le nombre de grappes; longueur, forme, développement et poids des Raisins. Toutes ces mesures permettent de caractériser le développement général du Cep, et d'apprécier son état de santé apparent que l'on traduisait par une note d'ensemble variant de 0 pour les plans présentant tous les symptomes végétatifs du Court-Noué, jusqu'à 20 pour les pieds rigoureusement sains. Nous avons reporté dans le tableau ci-dessous : en ordonnées, la différence entre la moyenne des notes du début et la moyenne des notes de la fin de l'expérience; en abscisses, les produits ont été classés suivant l'intensité de l'effet produit.



Classement des métaux dans l'ordre d'efficacité croissante.
Différences entre les notations initiales (1944) et finales (1946) des essais en pour 100 des notations initiales.

Nous constatons que les complexes métallo-siliciques se divisent en 3 groupes : *a*. Produits inactifs avec lesquels la vigne évolue comme le témoin. *b*. Produits actifs : 1° neutralisants pour lesquels la Vigne se maintient à l'état initial; 2° améliorants pour lesquels l'état de santé du cep s'améliore. Cette amélioration s'est manifestée lentement et s'est accentuée la seconde année. Nous retrouvons dans cette série le fer, le manganèse, l'uranium et le lanthane, qui se sont comportés comme des facteurs de croissance actifs dans nos expériences antérieures [1]. Soulignons également la présence dans ce groupe de métaux employés comme antiseptiques, tels que le mercure, le zinc, le cuivre.

L'action de substances à propriétés aussi variées conduit à penser que le Court-Noué dépend de facteurs divers. Au cours de nos essais, il est apparu : 1° que les traitements précoces (avril) sont plus efficaces que l'intervention tardive (juin); 2° que les vignes s'améliorent d'autant moins et d'autant plus lentement qu'elles sont plus atteintes. Ces résultats permettent d'envisager la possibilité d'emploi de ces produits dans la pratique viticole en associant la recherche de variétés résistantes et le contrôle sanitaire des porte-greffes et greffons.

ANATOMIE COMPARÉE. — *La position systématique des* Anhimæ *groupe aviaire sud-américain*. Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

Les *Anhimæ*, qui comportent deux genres (*Anhima*, *Chauna*) et trois espèces, forment un petit groupe aviaire sud-américain dont la position est encore énigmatique, en dépit des travaux assez nombreux les concernant; de sorte que l'on peut dire avec F. E. Beddard, le célèbre morphologiste (1898) : « en vérité, ces Oiseaux sont susceptibles d'être décrits comme des Oies ayant des caractères extérieurs de Hocco, ou comme des Gallinacés ayant pris l'apparence d'Oies ».

En vue de préciser les affinités de cette famille archaïque (ainsi que le montre surtout la forme des côtes, sans apophyse uncinée), j'en ai étudié le *Quadratum*, partie du squelette viscéral dont l'importance, en systématique, est considérable (P. R. Lowe, 1926).

Schémas du *Quadratum* droit d'un Anhimé (*Chauna*) et d'un Phœnicoptéridé (*Phœnicopterus*), d'après des pièces du Museum (Anatomie comparée). — *A* et *D*, région postérieure du crâne (vu par sa face latérale droite) de *Chauna chavaria* L. (en *A*) et de *Phœnicopterus* sp. (en *D*). — *B* et *C*, vue supérieure du *Quadratum* de *Chauna chavaria* L. (en *B*) et de *Phœnicopterus* sp. (en *C*) dans la région de son articulation postérieure. — Le *Quadratum* est en grisé (sauf les parties articulaires). F, frontal; Exoc, exoccipital; Qj, quadrato-jugal; postorb, apophyse postorbitaire; sq, facette squamosale; op, facette opisthotique; md, face articulaire pour la mandibule; orb, apophyse orbitaire (dont la région papyracée est limitée par un pointillé); a, apophyse, et i, surface, donnant insertion à des ligaments. — Les schémas *A* et *D* sont environ $^2/_3$ de G. N., les schémas *B* et *C*, environ G. N.

Lorsque, chez la *Chauna chavaria* L., on observe, par sa face supérieure, la région de l'os carré qui s'articule avec la base du crâne, on voit, de dedans en dehors (*fig*. B) : 1° une petite facette opisthotique, légèrement ovale, dirigée

en arrière; 2° une longue région non articulaire; 3° une facette squamosale qui descend sur le bord externe du *Quadratum* en affectant l'aspect d'une portion de cylindre et dont la direction est à angle droit avec celle de la facette opisthotique. L'énarthrose squamosale de la *Chauna* est tout à fait différente de celle des autres Carinates en général et des *Anseridæ*, en particulier, dont les deux facettes de l'articulation basale, non situées dans un même plan, ne sont cependant pas à angle droit, la tête squamosale n'étant nullement subcylindrique.

Ce bicéphalisme si spécial rapproche, par contre, indubitablement, les *Anhimæ* des *Phœnicopteridæ*, chez lesquels la même morphologie s'observe (*fig.* C). Ceci est intéressant, car d'autres caractères encore sont communs à ces deux familles : la forme du palais, desmognathe, celle de l'apophyse angulaire postérieure de la mandibule, très allongée et en crochet, la présence de lamelles cornées sur le bord du bec (dispositions qu'elles partagent, il est vrai, avec les *Anseridæ*); enfin, l'aspect des sacs aériens cervicaux et claviculaires, divisés en loges nombreuses.

Le *Quadratum* de la *Chauna* présente une petite apophyse, en arrière de l'articulation avec le Quadrato-jugal, et une facette allongée, en avant de la tête squamosale (*fig.* A et B), destinées à l'insertion de fibres résistantes qui s'attachent, d'autre part, à la base du crâne, assurant l'immobilité de l'os carré. J'estime qu'il s'agit d'une disposition archaïque, tendant à remplacer l'enclavement originel du *Quadratum* dans le crâne ([1]) et dont les Flamants ne présentent pas de trace (*fig.* C et D).

Les *Anhimæ*, par leur aspect extérieur, sont très différents des *Phœnicopteridæ*, mais il faut noter que le bec extraordinaire des Flamants, long et brusquement courbé vers le bas, en son milieu, est, au contraire, court et droit chez le jeune; il était droit sans doute, également, chez des Flamants disparus, les *Palælodidæ* du Miocène d'Europe, qui, par leur tibio-tarse et, surtout, leur tarso-métatarse, beaucoup plus courts que ceux des *Phœnicopteri*, leurs doigts sensiblement plus longs (A. Milne Edwards, 1871), établissent une transition impressionnante entre les *Anhimæ* et les *Phœnicopteridæ*, quoique moins adaptés au vol que les uns et les autres.

La morphologie du *Quadratum* des *Anhimæ*, décrite ici pour la première fois, s'ajoute donc à d'autres caractères de cette famille pour montrer, semble-t-il, qu'un phylum aviaire primitif se serait divisé très tôt, au cours des temps géologiques, dès le début du Secondaire sans doute, en deux groupes divergents : d'une part, les Ansériformes ([2]), d'autre part, les Phœnicoptériformes, dont les *Anhimæ* représenteraient les survivants d'une époque fort ancienne.

([1]) M. Friant, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 221.

([2]) Déjà bien individualisés au commencement de la période crétacée, ainsi qu'en témoigne la présence d'un Canard, le *Gallornis Straeleni* Lambrecht, dans le Néocomien d'Auxerre (France).

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Les variations du rapport cellulo-nucléaire dans les glandes céphaliques de* Bacillus Rossii, *Fabricius*, 1793. Note (1) de M. **Charles Boisson**, présentée par M. Maurice Caullery.

On sait que l'activité glandulaire d'un tissu se manifeste par un accroissement des cytoplasmes beaucoup plus important que celui des noyaux. La valeur du rapport cellule/noyau ou C/N, croît ou décroît dans le même sens que l'activité sécrétrice, ainsi que l'a montré J. Benoît.

Nous avons déterminé les variations de ce rapport dans deux glandes céphaliques de *Bacillus rossii*; à savoir les *corpora cardiaca* et les *corpora allata*.

La technique qui nous a servi est basée sur l'emploi du planimètre. Des coupes fines, convenablement choisies, sont dessinées avec soin à la chambre claire et à l'immersion. Sur le dessin, on détermine la surface du tissu glandulaire; puis celle des noyaux et l'on fait le rapport. Nous avons contrôlé par de nombreuses mesures, la précision de la mesure, déterminé sa valeur par comparaison avec d'autres techniques classiques (méthode pondérale par exemple) et vérifié que les chiffres obtenus sont pratiquement indépendants des fixateurs employés. La valeur et les possibilités de la méthode étant connues, nous avons opéré sur des *corpora cardiaca* et *corpora allata* d'individus pris à des moments bien précis du développement larvaire.

L'insecte étudié, de l'œuf à l'imago, subit 7 ou rarement 8 mues, séparées par un intervalle de onze jours; et l'on a distingué 7 âges dans son évolution normale; chacun d'eux étant défini par 2 mues successives.

Si l'on prend un âge quelconque, le 6e par exemple, on peut déterminer le rapport C/N à tous les jours de cet âge et tracer, en fonction du temps, la courbe des variations de ce rapport. On obtient alors la figure suivante (*fig.* 1).

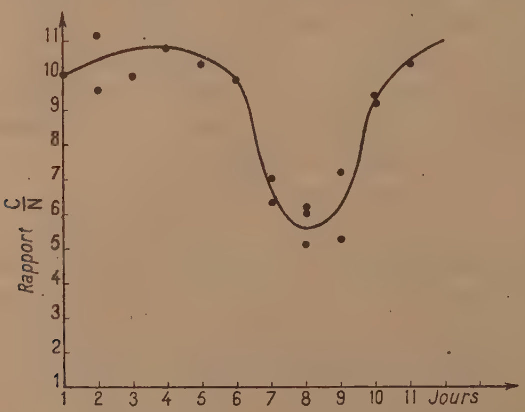


Fig. 1. — Variations du rapport C/N des *corpora cardiaca* de *Bacillus rossii* au cours du 6e âge.

On voit immédiatement que ce rapport est maximum vers le 4e jour, puis

(1) Séance du 3 février 1947.

décroît brusquement et passe par un minimum vers le 7e ou 8e jour; pour remonter très vite jusque la mue suivante. Pour tous les âges larvaires, on aboutit à des courbes de même type général; et l'on peut construire un diagramme d'ensemble des variations du rapport C/N de l'éclosion à l'imago (*fig.* 2).

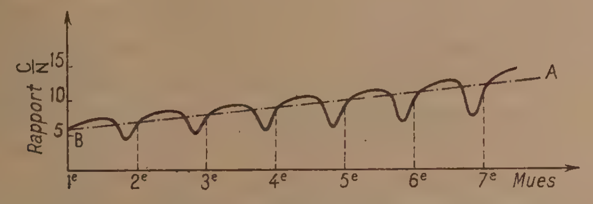


Fig. 2. — Diagramme général des variations du rapport C/N des *corpora cardiaca* de *Bacillus rossii* pendant la vie larvaire.

Ce diagramme montre des fluctuations périodiques de ce rapport, et par suite, des variations périodiques dans l'activité sécrétrice des glandes. Il met en relief aussi une sécrétion d'autant plus abondante que la larve est plus âgée; les oscillations sont plus grandes et plus relevées. Nous pouvons conclure, semble-t-il, que les *corpora cardiaca* sont des glandes à sécrétion périodique pendant toute la vie larvaire; que les périodes ont une durée d'environ 12 jours, correspondant à la durée d'une intermue; que l'activité sécrétrice est maximum vers le 4e-5e jour de celle-ci et que le rapport C/N croît en même temps que la larve.

Si l'on applique, avec quelques variantes nécessitées par la structure des organes, la même méthode aux *corpora allata*, on constate des résultats du même ordre. La sécrétion est encore périodique. Dans un âge déterminé, le maximum se fait vers le 2e jour, et il est suivi d'une chute brusque, qui mène au minimum le 3e jour. Puis la valeur du rapport remonte progressivement jusqu'à la mue suivante (*fig.* 3). Il semble donc que, dans l'émission de leurs

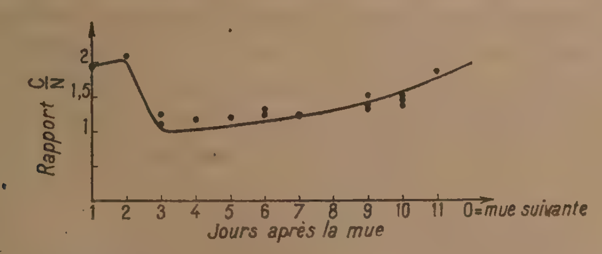


Fig. 3. — Variations du rapport C/N des *corpora allata* de *Bacillus rossii* au cours du 6e âge.

produits glandulaires, les *corpora allata* sont nettement en avance sur les *corpora cardiaca*.

HISTOLOGIE. — *Histologie comparée de l'hypophyse et de la thyroïde des deux types de Rougets* : Mullus Barbatus *L. et* Mullus Surmuletus *L.* Note de Mlle **Madeleine Olivereau**, présentée par M. Louis Fage.

Les systématiciens distinguent deux formes de Rougets : *Mullus barbatus* L. vivant dans la vase par une profondeur de 30 à 100 mètres et *Mullus surmuletus* L. que l'on trouve dans les rochers littoraux, à quelques mètres seulement de profondeur. Ces deux formes d'une même espèce possèdent des caractères morphologiques externes différents décrits par Fage, puis Desbrosses. A cette morphologie distincte correspond-il, comme Fage et Veillet l'ont supposé [1], un fonctionnement endocrinien différent?

Remotti, ayant étudié l'activité thyroïdienne chez ces deux formes, conclut de l'aspect général de la glande à un hyperfonctionnement de celle-ci chez *Mullus barbatus*. Nous avons effectué des mesures de la hauteur épithéliale folliculaire et obtenu une moyenne de 8$^{\mu}$ pour *Mullus surmuletus* et de 11 à 12$^{\mu}$ pour *Mullus barbatus*, résultat qui confirme et complète la conclusion précédente; mais nous n'avons noté aucune différence significative dans la réaction tinctoriale de la colloïde, qui ne se trouve jamais en très grande quantité à l'intérieur des follicules et ne présente généralement pas de vacuoles de résorption incolores, habituellement attribuées à une hypersécrétion d'hormone thyréotrope.

Il semblait cependant intéressant d'étudier l'hypophyse, principale glande endocrine susceptible de provoquer cette hyperactivité et d'agir par ailleurs elle-même directement sur la croissance. Pour atteindre ce but, deux séries de quinze hypophyses, appartenant respectivement aux deux types, ont été prélevées, en dehors de la période de reproduction.

L'hypophyse se présente ici comme une glande allongée, rattachée au cerveau par deux minces tiges de névroglie, celle-ci constituant aussi le bord antéro-dorsal de l'organe en contact avec le 3e ventricule. En arrière de cette couche névroglique s'étend une zone chromophobe dont les cellules allongées, à cytoplasme peu abondant, possèdent un chondriome assez actif principalement dans les cellules directement au contact du tissu nerveux. Au centre des massifs chromophobes découpés par la névroglie, on observe une fonte cellulaire très importante : les cellules sont réduites à la membrane protoplasmique et au noyau étiré, accolé à la paroi, fortement sidérophile, qui commence à dégénérer.

La partie chromophile du lobe antérieur renferme les trois catégories habituelles de cellules, sans localisation spéciale : les acidophiles, les basophiles et quelques petites chromophobes, que nous décrirons ultérieurement.

---

(1) *Rapp. et Proc.-verb. du Cons. intern. pour l'explorat. de la mer*, **108**, 1938, pp. 46-48.

La *pars intermedia*, composée de basophiles et de chromophobes, est très divisée par les ramifications de la neurhypophyse. La *pars nervosa*, très bien vascularisée, renfermé de nombreuses masses de colloïde, signe d'une neurocrinie importante.

Dans la forme *typica* du *Mullus barbatus*, la fonte holocrine de la zone chromophobe est très accentuée et d'autant plus accusée que l'animal est plus âgé. La partie chromophile renferme en plus des acidophiles typiques finement granulées et des basophiles de taille moyenne, des grandes cellules à cytoplasme bleu vif bourrées de grains fuschinophiles qui correspondent aux amphophiles décrites dans d'autres espèces. On observe aussi une fonte holocrine très massive des basophiles qui se vacuolisent peu à peu; le cytoplasme hyalin, vitreux, disparaît progressivement, si bien que la préparation semble perforée, surtout dans le lobe antérieur et au voisinage de la *pars intermedia*. Cette dernière contient de rares acidophiles et un petit nombre d'amphophiles.

La cytologie de l'hypophyse de la forme *surmuletus* L. diffère de celle décrite ci-dessus par trois points essentiels : la raréfaction des cellules sans cytoplasme, l'absence presque totale de fonte holocrine dans les basophiles et la disparition des amphophiles. Comme distinctions secondaires, signalons que l'holocrinie de la partie chromophobe est moins intense, que les acidophiles de la zone chromophile sont plus vivement colorées, les basophiles de la *pars intermedia* plus sombres et les amas colloïdaux de la *pars nervosa* plus abondants que chez *Mullus barbatus*.

En résumé, *Mullus barbatus* L. se distingue très nettement de *Mullus surmuletus* L. par les caractères cytologiques hypophysaires suivants : présence de grosses amphophiles, fonte holocrine massive des basophiles, vacuolisation des cellules chromophobes et chromophiles, et par une hyperactivité thyroïdienne.

Comme chez les Poissons, les Amphophiles ne sont représentées que dans un nombre d'espèces assez réduit, il nous semble difficile de leur imputer la sécrétion de l'hormone thyréotrope; il paraît plus rationnel d'attribuer cette sécrétion aux basophiles, étant donnés les travaux antérieurs effectués dans diverses classes de Vertébrés; nous ne pouvons cependant encore être affirmatif. Il se peut toutefois que les amphophiles, par perte des granulations fuschinophiles, se transforment en basophiles, subissant alors cette dégénérescence colloïde qui aboutit à la formation des cellules lysées bien plus abondantes chez le Rouget du large.

On peut enfin se demander si ces différences de fonctionnement endocrinien constituent des facteurs primaires des différences morphologiques et des localisations géographiques distinctes, ou si ce sont au contraire ces dernières qui agissent sur la croissance des diverses parties du corps par des relais endo-

criniens. Les travaux de Schwarz [2] sur les Batraciens, selon lesquels la vie du têtard sur fond de vase serait particulièrement favorable à l'hyperfonctionnement thyroïdien, constituent une donnée favorable à cette hypothèse.

BIOLOGIE. — *Déhiscence et maturation* in vitro *des œufs ovariens chez* Rana nigromaculata *et* Bufo asiaticus. Note de M. **Tchou-Su**, transmise par M. Eugène Bataillon.

S'il est facile de provoquer en plein hiver la ponte prématurée chez les Batraciens par injection de l'hormone pituitaire antérieure, la possibilité de l'ovulation *in vitro*, même par immersion des fragments d'ovaire dans l'extrait glandulaire, reste contestée. Guidé par le rôle de l'osmose en parthénogénèse et par l'hypertension manifeste des œufs vierges au contact de l'eau pendant toute la période d'immaturité, nous avons cherché dans cette voie des actions osmotiques la solution du problème.

L'idée fut contrôlée d'abord sur des fragments d'ovaire de *Rana nigromaculata*. Après un passage de 60 à 90 minutes dans l'eau distillée (à une température de 18°C.) qui provoque l'ovulation, le matériel est porté pendant deux ou trois heures dans NaCl à 12 pour 1000.

A part quelques œufs cytolysés dans l'eau distillée, la grande majorité des autres entrent en activité, soulevant leur membrane; et, après quelques heures, une tache noirâtre, centrée sur une aire claire, marque leur région polaire. Là où cette tache n'apparaît pas, une large zone jaunâtre la remplace; c'est le niveau de la vésicule germinative, que la microdissection isole sans difficulté.

C'est sur les tachetés (les plus nombreux) que l'étude cytologique décèle le premier fuseau polaire anastral : au bout de neuf heures, il est orienté avec ses couples chromosomiques en oiselets ou en croix. Mais tout s'arrête là. Le polocyte n'est point émis et la deuxième cinèse maturatrice n'apparaît pas.

Ovulation et maturation in vitro, *mais maturation partielle : tel est le résultat de l'opération.*

Les œufs de *Bufo asiaticus* sont autrement fragiles que ceux de *Rana nigromaculata* et, déhiscés par le même séjour dans l'eau distillée, sont impropres à l'expérience.

Nous nous astreignons donc d'abord à les libérer mécaniquement de l'ovaire avec deux pinces fines, en les transportant un à un dans le liquide de Ringer où ils se conservent très bien pendant une journée. Avec un peu d'habitude nous en libérons 50 à l'heure.

Les œufs ne passent que 4 à 7 minutes dans l'eau distillée et, après 2 à 3 heures dans NaCl à 12 pour 1000, retournent au liquide de Ringer.

(2) *Arch. f. Entwick. Mech.*, **140**, 1940, pp. 710-740.

Au bout de 7 à 10 heures, l'énorme lacune qui indique la vésicule germinative émigre vers la surface et se réduit en se vidant, pour ne laisser que sa tache polaire; à ce niveau la membrane est bien détachée. Quelques œufs conservent leur vésicule que nous isolons facilement. Mais nos fixations après 22 heures ou 44 heures nous revèlent encore (pour la grande majorité) l'arrêt définitif en métaphase de la première mitose maturatrice (le fuseau est quelquefois dédoublé, mais sur les deux nous ne comptons au total que les 11 couples chromosomiques).

Les œufs déhiscés mécaniquement se comportent en somme comme ceux de Grenouille libérés par l'hypotonie. Leur maturation est restée partielle et sans émission de polocyte.

Deux nouvelles tentatives s'imposaient : accentuer l'action de nos deux traitements (celle de l'eau distillée sans atteindre la durée cytolysante; celle du sel, en forçant la concentration); et puis prouver, par l'emploi des sucres conjointement avec NaCl, que notre deuxième milieu agit par sa pression osmotique.

Des fragments d'ovaire de *Bufo asiaticus* sont donc traités d'abord uniformément par l'eau distillée pendant 20 minutes. Mais pour le second traitement, ils sont répartis en trois lots et, pour la même durée de 3 heures, immergés respectivement dans NaCl à 18 pour 1000, dans le saccharose et le glucose à N/4 ou N/8 (t. 18°C.). Les trois lots font ensuite retour au Ringer.

Dans ces trois conditions différentes les résultats sont comparables. *C'est bien la pression osmotique qui est en cause.* Mais la maturation reste déficiente. Nous retombons toujours sur la première mitose polaire anastrale qui prédomine, quelquefois entourée encore d'un aster périfusorial; il y a aussi, souvent, le monaster polaire, des fuseaux multiples immergés plus ou moins dans le plasma. Mais il faut signaler (dans le lot au saccharose) le cas exceptionnel d'un œuf clivé régulièrement en 8, avec une lacune centrale (véritable ébauche de cavité blastulaire). Cet œuf n'ayant pas rejeté son polocyte, nous attribuons son clivage, comme les anomalies relevées dans la profondeur, à l'activité de la cinèse polaire immergée. Ce cas unique est intéressant; il laisse entrevoir la possibilité chez les Anoures d'une parthénogénèse prématurée comme celle qui a été réalisée sur les œufs d'Urechis par l'hypotonie.

Mais, dans l'ensemble des expériences qui précèdent, la maturation observée s'arrêtait toujours sur la première mitose polaire figée.

C'est alors que nous vint l'idée de soumettre *deux fois consécutives* nos fragments ovariens de *Bufo* au même traitement : eau distillée 20 minutes; solution saline 3 heures à 4 heures, Ringer 18 heures; eau distillée 10 à 20 minutes; solution saline 1 à 2 heures. Avec ce traitement double, nous arrivons à la deuxième métaphase polaire, à la *maturation totale et parfaite* de nos œufs dans la proportion de 50 %. L'arrêt au stade de la vésicule germinative à 7 % : pour le surplus, c'est la première figure anastrale figée des expériences antérieures :

tout œil exercé distingue sans peine la deuxième cinèse de la première. Et puis, le globule rejeté dans son encoche est un critère certain de maturation complète.

Comme les œufs au cyanure, ces œufs mûris sans gangue sont réfractaires à la fécondation par le sperme, mais aptes à la parthénogénèse par inoculation.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Glandes accessoires mâles induites chez le Singe femelle.* Note ([1]) de Mme **Véra Dantchakoff** ([2]), présentée par M. Maurice Caullery.

Me basant sur mon expérience, je prévoyais qu'un examen microscopique des organes génitaux internes d'un singe femelle, traité à un stade embryonnaire précoce par la testostérone, révélerait des effets morphogènes étendus. Il me paraissait important d'établir : 1° dans quelle mesure l'histogénèse du Singe est analogue à celle des autres Mammifères; 2° quels sont les facteurs histogènes actifs dans le développement des organes sexuels des Primates et 3° si, vis-à-vis de la même substance active, les ébauches des organes sexuels, chez les différents Mammifères, agiraient de la même manière. Une réponse affirmative à cette troisième question légitimerait l'extension aux Primates des résultats expérimentaux obtenus chez le Cobaye, le Rat et la Souris.

Le jeune embryon femelle testostérinisé a manifesté les effets histogènes de l'hormone introduite, antagoniste de son déterminisme génétique. Rappelons tout d'abord, que les jeunes embryons de sexe quelconque possèdent (à la suite d'une mise en place d'une dotation cytoplasmique semblable dans les deux sexes) des ébauches sexuelles analogues. Parmi ces diverses ébauches sexuelles, les unes franchement doubles et spécifiques, les autres uniques et essentiellement plastiques, l'embryon possède des tissus à potentialités qui, réalisées dans un sexe seulement, restent latentes dans l'autre ; telle l'ébauche de la prostate; les ébauches des glandes uréthrales subissent, dans les deux sexes, un développement différentiel et deviennent, chez le mâle, les glandes de Cowper et chez la femelle, les glandes de Bartolini.

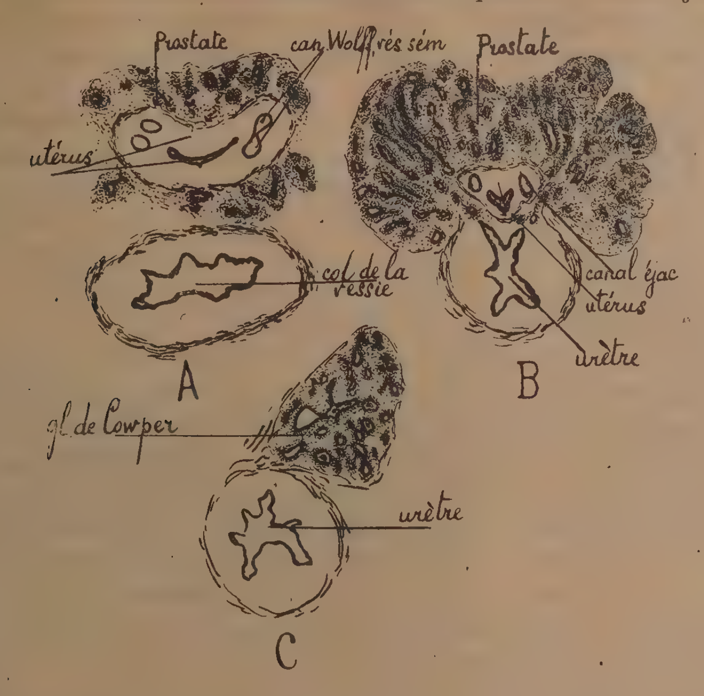
J'ai montré précédement que des embryons femelles de Cobaye soumis à l'hormone mâle, édifient des prostates et des glandes de Cowper fonctionnelles. En est-il de même chez le Singe?

L'hormone mâle stimule, chez l'embryon femelle, l'édification des glandes sécrétoires du tractus génital normalement propres aux mâles, soit la prostate (*fig.* A et B.) et les glandes de Cowper (*fig.* C.). La prostate, dont les tubules richement ramifiés se dirigent plus particulièrement dans la direction dorso-latérale, inclut l'extrémité caudale de l'utérus.

([1]) Séance du 10 février 1947.

([2]) Les expériences sur le Singe ont été effectuées à la Station Biologique de l'Académie de Médecine, au Caucase, en U. R. S. S. Les contrôles histologiques ont eu lieu à Lausanne, où j'ai profité de l'hospitalité des Instituts de Pathologie et de Zoologie.

Les conduits multiples des glandes prostatiques débouchent dans l'urèthre; l'extrémité caudale de l'utérus, traversé par les canaux éjaculateurs,



s'adosse à l'urèthre et leurs deux épithéliums se confondent, alors que les canaux éjaculateurs débouchent séparément dans l'urèthre. Il n'y pas trace de vagin.

La figure C représente la glande gauche de Cowper, induite chez la femelle du Singe et semblable à celle du mâle. Elle se trouve dans un état fonctionnel précoce et une sécrétion abondante distend les branches de la glande.

L'urèthre mâle est, sur tout son trajet post-pelvique, enveloppé d'un tissu caverneux, et accompagné d'un corps cylindrique, le corps spongieux. Le gland du pénis est entouré d'un capuchon préputial profond, qui se rabat autour de l'urèthre, renforcé sur ses faces latéro-dorsales par un épaississement du tissu caverneux. Un petit bouchon épithélial semble obstruer l'orifice du pénis, qui cependant, laisse passer librement l'urine.

L'hormone mâle atteint ainsi tous les tissus réceptifs et évoque des réactions parfaitement identiques à celles qui, dans le sexe mâle, sont dictées par le déterminisme génétique correspondant. Ces résultats ne nous indiquent-ils pas que l'édification de ces organes, spontanée chez le mâle génétique, induite sous l'influence hormonale chez la femelle, se fait à partir d'un dynamisme chimique commun ? Et qu'il n'y a pas lieu d'imaginer l'existence, chez le mâle génétique, de substances embryonnaires hypothétiques, chimiquement différentes des hormones adultes.

EMBRYOGÉNIE. — *Variations de la perméabilité à l'eau de l'œuf fécondé d'Oursin, aux stades de la première mitose de segmentation.* Note [1] de M. **Christian Mettetal**, transmise par M. Paul Wintrebert.

Les recherches de R. S. Lillie (1916 à 1918), confirmées et précisées par Lucké, Hartline et Mc Cutcheon (1926 à 1939), ont montré que la perméabilité à l'eau de l'œuf d'Oursin (*Arbacia punctulata*) quadruple dans les 20 minutes qui suivent l'insémination. Maxia (1934) a observé le même phénomène chez *Paracentrotus lividus* [2]. La loi qui gouverne cet accroissement n'a pas été précisée et nous ne possédons aucun renseignement sur la valeur de la perméabilité après que la vitesse quadruple est atteinte.

Pour combler, en partie, ces lacunes, j'ai étudié la perméabilité à l'eau de l'œuf de *Paracentrotus lividus* Lk. pendant la période qui s'étend de l'insémination à l'apparition du premier sillon de segmentation. Des œufs inséminés, depuis un temps connu, sont portés dans de l'eau de mer diluée par addition d'une quantité égale d'eau douce; on choisit l'un d'eux pour suivre son accroissement. Cette méthode de mesure, effectuée sur l'œuf vivant, donne des résultats isolés, où interviennent des variations individuelles. Cependant les expériences démontrent, toutes, que la perméabilité augmente après la fécondation, passe par un maximum, puis décroît rapidement, juste avant la première division du cytoplasme.

Afin de préciser ce premier résultat et après avoir vérifié que les œufs tués par les vapeurs d'acide osmique conservent exactement le volume qu'ils avaient au moment de la fixation, j'ai réussi à éliminer les variations individuelles par l'examen d'un grand nombre d'œufs, parvenus à une même étape, dans des conditions identiques. Le tableau ci-contre donne les résultats d'une telle expérience, effectuée à T + 21° C. Des œufs d'une même ponte sont répartis en lots, portés dans l'eau de mer diluée à 50 %, les uns avant l'insémination, les autres de 5 en 5 minutes après elle. Les œufs sont fixés après un séjour de 3 minutes dans le milieu hypotonique. Le diamètre des œufs vierges de la même ponte, mesuré lorsque l'équilibre osmotique est atteint, est de 120^{μ} (moyenne de 50 œufs). Dans ce tableau, la perméabilité est exprimée en μ^3 d'eau pénétrant dans l'œuf par μ^2 de surface, en une minute, pour une différence de pression osmotique d'une atmosphère; elle est calculée au moyen de l'équation établie par Lucké, Hartline et Mc Cutcheon (1931).

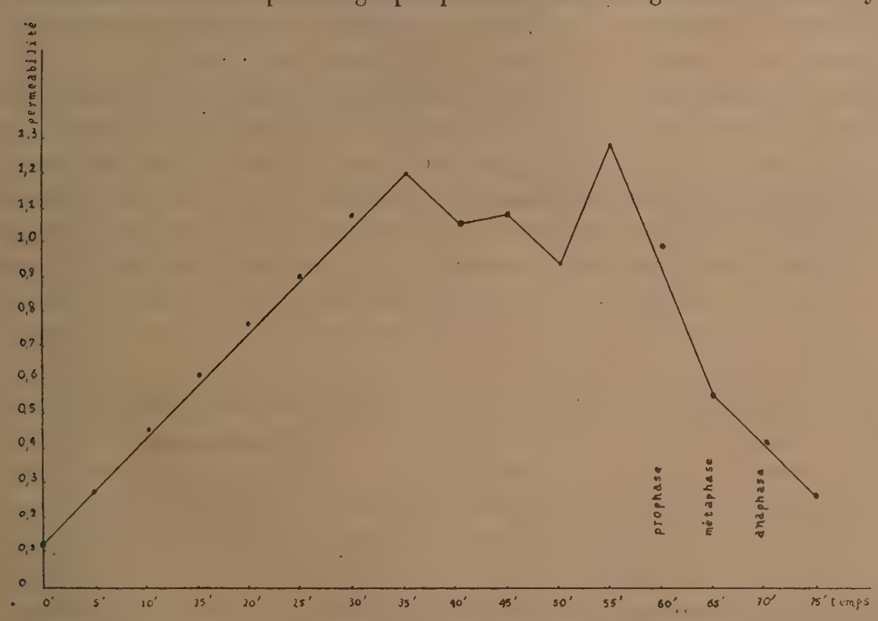
---

(1) Séance du 6 janvier 1947.

(2) Voir, pour la bibliographie, Lucké, *Cold Spring Harbor symposia on quantitative biology*, 8, 1940, p. 123.

Stade.	Temps (en min.) après l'insémination à T. + 21°C.	Diamètre en μ (moyenne de 50 œufs).	Perméabilité à l'eau.
Œuf vierge	0	101,8	0,12
Œuf fécondé	5	107,4	0,27
	10	111,4	0,45
Noyaux en contact	15	114,3	0,62
	20	115,4	0,76
Fusion des noyaux	25	116,5	0,90
	30	117,5	1,08
	35	118,0	1,20
	40	117,35	1,06
	45	117,6	1,08
	50	116,5	0,90
	55	118,35	1,29
Prophase	60	117,05	0,99
Métaphase	65	113,35	0,57
Anaphase	70	111,1	0,43
	75	107,4	0,27
Division cytoplasmique	80		

Ces résultats sont exprimés graphiquement dans la figure suivante. On y voit



Courbe des variations de perméabilité à l'eau de l'œuf d'Oursin, de l'insémination au stade 2

que la perméabilité à l'eau croît, avec une vitesse constante, pendant les 35 minutes qui suivent l'insémination; elle diminue ensuite légèrement jusqu'à la 50e minute, puis croît de nouveau jusqu'à un second maximum qui est atteint 55 minutes après l'insémination. La perméabilité diminue ensuite très rapidement et atteint, juste avant l'apparition du premier sillon de segmen-

tation, une valeur égale à celle observée 5 minutes après l'insémination. Le fait que le début de la période de décroissance coïncide avec la prophase de la mitose montre que les variations de la perméabilité à l'eau ont un rapport certain avec la division nucléaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'évolution des glucides du tubercule de Topinambour durant un cycle annuel complet.* Note de M. **Pinchos Hanower**.

L'évolution des glucides des tubercules de Topinambour a fait l'objet de nombreuses recherches, notamment de H. Colin (¹), Joseph Lefèvre (1942) et Lemoigne (²). Toutefois, on s'est surtout préoccupé des transformations qui s'accomplissent dans le tubercule pendant l'automne et l'hiver jusqu'à la reprise de la végétation. On ne connaît que peu de chose sur la période de formation même des tubercules, ainsi que sur la période de leur germination. Il y avait là une lacune à combler.

A cette fin, nous avons mis en culture diverses variétés dans le terrain d'essai de la chaire d'Agriculture du Conservatoire National des Arts et Métiers, à Colombes. Les résultats qui suivent se rapportent uniquement à la variété *Moscou*. Les prélèvements des plus jeunes tubercules ont été effectués dès le mois de juillet et ont continué jusqu'à la récolte en décembre. Pendant la période de conservation, les tubercules ont été placés dans du sable humide, à l'obscurité, à une température presque constante de 10-12°C. dans les caves de l'Observatoire, où ils ont commencé à germer vers le début d'avril. En juin, les prélèvements ont cessé, les tubercules étant alors flétris, mais encore loin d'être vides, et ayant émis de longues pousses étiolées. Seuls les tubercules ont été soumis à l'analyse à l'exclusion complète des racines et des germes dès qu'ils sont apparents.

Les analyses ont été effectuées par les méthodes classiques employées notamment par H. Colin et H. Belval. Dans le tableau ci-contre, $(\alpha_1)_D$ est le pouvoir rotatoire moyen des glucides; R est le sucre réducteur initial; S désigne tout ce qui s'hydrolyse en trois heures sous l'action d'une sucrase active obtenue par purification de levure de boulangerie, c'est-à-dire la totalité du saccharose avec la petite quantité de synanthrine que la sucrase hydrolise comme le saccharose, mais beaucoup plus lentement; enfin, I représente la masse des fructosanes obtenue par action des acides dilués à chaud, c'est-à-dire l'inuline et ses satellites. Les résultats ont été calculés pour 100 parties de matière sèche.

(¹) *Rev. Gén. de Bot.*, 31 1919, p. 75.
(²) Lemoigne, *Ann. des Ferment.*, 6, 1941, p. 193.

Topinambour variété Moscou.

Date.	Poids sec (%).	$[\alpha_1]_D$.	R_1.	S.	I.
25 juillet.......	27,7	—22°	2,67	2,79	64,76
23 septembre...	22,9	—24	–	4,36	64,89
24 octobre......	23,9	—20	–	4,93	71,93
10 novembre....	26,0	— 6	–	7,84	65,53
28 décembre....	27,1	+ 7	–	16,73	55,4
15 mai.........	19,2	— 6	6,76	11,04	59,54
11 juin.........	20,0	—13	9,15	10,25	50,4

On remarque ainsi qu'en juillet, alors que le tubercule est en formation, le réducteur est aussi largement représenté que le saccharose. Comme lorsque le tubercule aura atteint sa pleine maturité, on ne trouvera plus que des traces d'hexoses, tout porte à croire que c'est principalement sous cette forme éminemment mobile que les glucides parviennent à l'organe de réserve.

D'autre part, de septembre à décembre, on voit la teneur en saccharose croître régulièrement aux dépens des fructosanes, tandis que le pouvoir rotatoire, surtout à partir de la floraison, tend vers o et devient même ici positif. C'est cette évolution dont la suite en automne et au début de l'hiver avait fait l'objet des principales observations antérieures.

Mais au printemps, un nouveau phénomène intervient : le pouvoir rotatoire redevient lévogyre; tous les sucres sont mobilisés pour le développement des germes : la teneur en fructosanes diminue de même que celle du saccharose. Par contre, la proportion du réducteur devient notable alors qu'elle était nulle auparavant, elle atteint presque celle du saccharose. Il est bien probable que c'est sous cette forme de sucre simple que l'inuline est utilisée après s'être au préalable transformée en saccharose. Ces phénomènes s'accentuent à la fin de la période de germination du tubercule.

Ainsi s'achève le cycle du développement des tubercules, au cours duquel les hexoses semblent jouer un rôle de premier plan, puisqu'on les trouve aussi bien lors de la synthèse de l'inuline qu'au moment de son utilisation par les nouveaux tissus. A cet égard, toutes les variétés se comportent de la même façon.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'oxydation de la cystéine par la laccase.* Note de M. **Didier Bertrand**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La cytochrome-oxydase, d'une découverte relativement récente, est la seule oxydase, capable avec la laccase, d'une connaissance beaucoup plus ancienne, à pouvoir oxyder les *p*-diphénols et *p*-phénylènediamines. La découverte de l'activité cytochrome-oxydasique de la laccase [1] vient de rapprocher ces deux diastases qui dans leurs possibilités connues ne différaient plus que par leur action sur la cystéine. Cette substance oxydable par la cytochrome-oxydase n'avait pas, jusqu'ici, été reconnue comme l'étant par la laccase.

---

[1] Didier Bertrand, H. Belval et Mlle G. Legrand; *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 1189, et Erratum, **224**, 1947, p. 307.

Or, en partant d'une laccase du latex de l'arbre à laque bien purifiée, il est facile de montrer micromanométriquement, avec un appareil de Warburg, que la cystéine est oxydée tout au moins à pH 7,45 suivant l'équation

$$4\,\underset{\displaystyle SH\quad NH_2}{\underset{|\qquad |}{CH_2-CH-COOH}} + O_2 \rightarrow 2\begin{array}{l} CH_2-CH-COOH \\ \,|\qquad\;\; | \\ S\qquad NH_2 \\ |\\ S\qquad NH_2 \\ |\qquad\;\; | \\ CH_2-CH-COOH \end{array} + 2\,H_2O$$

correspondant à une transformation quantitative de la cystéine en cystine (oxygène absorbé par milligramme de chlorhydrate de cystéine $35^{mm^3},7$, calculé 35,5).

Le fait que la cystéine soit oxydée *en cystine* est généralement admis, mais sans que l'on en ait donné la preuve, pas notamment dans le cas de l'intervention des métaux lourds. Dans le cas de l'oxydation par la laccase, j'ai obtenu une preuve directe de cette transformation en partant d'une solution M/50 de *l*-cystéine. La *l*-cystine formée n'est pas en effet complètement soluble dans ces conditions opératoires, à une concentration de M/100 et l'excès précipite en cristaux hexagonaux caractéristiques.

En prenant pour Q_{O_2} le nombre de millimètres cubes d'oxygène absorbés en une heure pour la préparation contenant la laccase, diminué de celui absorbé dans le même temps par la préparation faite avec de la laccase inactivée par chauffage, on élimine toute oxydation non diastasique. Cette précaution est indispensable étant donné la facile oxydation, bien connue, de la cystéine par les métaux lourds, spécialement par le cuivre et par le fer (2). La laccase utilisée contenait pour un Q_{O_2} d'un peu plus de 70 000 avec la *p*-phénylènediamine à pH 6,25 environ 0,15 % de Mn, 0,03 % de Cu et pas de fer décelable (3).

Le Q_{O_2} varie beaucoup en fonction du pH et présente deux maxima, l'un à 6,7 et l'autre à 7,45.

L'influence du pyrophosphate de sodium vient encore rapprocher du mode d'action de la laccase celui que Keilin (4) avait observé dans les mêmes conditions pour la cytochrome-oxydase. Pour des concentrations en pyrophosphate comprises entre 0,003 M et 0,1 M, le Q_{O_2} est considérablement augmenté à pH 7,45. Par contre, la laccase n'a plus d'action à pH 6,7, et il apparaît un nouveau maximum secondaire à 6,93. Avec 0,2 M de pyrophosphate de sodium l'oxydation de la cystéine par la laccase, comme par la cytochrome-oxydase, est fortement inhibée. Cette action du pyrophosphate porte à la fois sur la cystéine et sur la laccase et n'est pas en faveur du fait que la co-laccase puisse être du cuivre, comme Keilin l'avait supposé (5). En effet l'oxydation de la

(2) Warburg, *Biochem. Z.*, **187**, 1927, p. 255.

(3) Des détails complémentaires seront donnés dans une autre publication.

(4) *Proc. Royal Soc.*, B, **106**, 1930, p. 418.

(5) *Nature*, **143**, 1939, p. 23.

cystéine par le cuivre à pH 7,45 n'est pas inhibée pour 0,2 M de pyrophosphate, alors que l'inhibition de la laccase (mise en évidence par l'oxydation de l'hydroquinone) commence dès 0,01 M et croît avec la concentration en pyrophosphate. Le fait suivant vient renforcer cette opinion : à pH 6,7, alors que la pyridine en excès bloque l'oxydation de l'acide ascorbique par le cuivre, elle ne change pas l'activité de la laccase sur cette substance.

En conclusion : la laccase oxyde *in vitro* la cystéine en cystine dans des conditions de milieu qui viennent encore rapprocher les caractères communs déjà connus existant entre la cytochrome-oxydase et cette diastase. Ces conditions sont opposées à la nature exclusivement cuprique supposée par Keilin et Mann, de la co-laccase. Les préparations de laccase utilisées par moi sont par ailleurs environ 660 fois plus actives que le cuivre si l'on se base sur les quantités de ce métal qu'elles renferment encore.

Les faits rapportés plus haut éliminent l'hypothèse suivant laquelle les oxydations observées seraient dues à une impureté métallique des préparations.

BACTÉRIOLOGIE. — *Étude de l'action des différentes concentrations de glycérine en solution aqueuse, sur le développement du Bacille tuberculeux.* Note de MM. **Auguste Sartory** et **Jacques Meyer**.

Dans un travail antérieur [1] nous avons pu observer, en présence de la lipase pancréatique, la modification morphologique de nos souches de bacille tuberculeux. Nous constations que le milieu limite ayant permis encore la croissance de la bactérie et présentant au maximum le phénomène de la perte de l'acido-résistance était le suivant :

Jus de pommes de terre glycériné	50,0
Extrait de lipase pancréatique	50,0

Notre extrait de lipase pancréatique renferme :

Glycérine	40 %
Ammoniaque	3
Solution de sulfate disodique	57

Étant donné que l'on ne peut pas admettre *a priori* que la faible dose d'ammoniaque ou de phosphate disodique peuvent intervenir dans le processus de la modification morphologique du bacille de Koch, nous avons pensé qu'il s'agirait plutôt de la forte proportion de glycérine qui, peut-être, même par son action d'antiseptique, devait intervenir comme cause du phénomène observé.

A la suite de ce raisonnement nous avons repris notre expérimentation au moyen d'une série de 7 tubes de culture disposés de la façon suivante :

---

(1) A. Sartory, J. Meyer et J. Lange, *Influence des lipases pancréatiques sur les propriétés morphologiques et culturales des bacilles acido-résistants* (*Bull. Acad. Méd.*, 7 janvier 1947).

Tube n°.	Jus de Pommes de terre.	Extrait lipasique.	Glycérine.	NH_3-phosphate.	Eau distillée.
1...........	6^cm³	4^cm³	–	–	–
2...........	5	5	–	–	–
3...........	6	–	1,6	–	2,4
4...........	5	–	2,0	–	3,0
5...........	6	–	–	1,6	2,4
6...........	5	–	–	2,0	3,0
7...........	10	–	–	–	–

De cette façon il nous a été donné de contrôler l'influence de chaque composant du milieu sur la croissance et la morphologie de notre bactérie.

Dans les tubes 5 et 6 le développement était sensiblement égal à celui du tube témoin. A l'examen microscopique aucune modification morphologique n'était à noter.

Il en était tout autrement des tubes 3 et 4 ne contenant que de la glycérine à la même concentration que celle du milieu lipasique. En effet, la vitesse de croissance et l'aspect cultural de ces 2 tubes étaient sensiblement comparables à ceux des tubes 1 et 2, contenant l'extrait lipasique glycériné.

A l'examen microscopique les cultures en milieu glycériné pur (tubes 3 et 4) montraient un aspect morphologique de nos bacilles tuberculeux absolument comparable à celui des cultures en milieu lipasique (tube 1 et 2). Nous avons ainsi pu constater dans les cultures âgées de 10 et 15 jours une forte proportion de bâtonnets plus ou moins filamenteux, strictement cyanophiles à la coloration de Ziehl-Neelsen.

Ce fait semble donc parler nettement en faveur de l'intervention de la glycérine comme facteur modificateur de la propriété d'acido-alcoolo-résistance.

Pour contrôler l'importance de la glycérine dans ce phénomène, nous avons repris nos essais sur la stabilité des formes d'involution en deux séries de cultures par 25 repiquages successifs. Là aussi les résultats étaient absolument comparables, car nous n'avons pu constater aucune fixation des caractères de la non-acido-résistance acquise au cours du développement sur milieu glycériné jusqu'à 23 %.

A la suite de ces constatations et vu l'absence de toute action lipolytique sur le bacille de Koch à l'état de vie ralentie, nous nous croyons en droit de conclure que la lipase pancréatique est incapable d'hydrolyser les matières grasses et cireuses du B. K. Vallée tant que ces dernières sont fixées sur le corps bacillaire vivant.

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h15m.

A. Lx.